

1. 単元名 「文字と式」

2. 単元について

小学校算数科における式についての学習では、加法と減法、乗法と除法の関係を捉えるのに□や△を使ったり、言葉の式を使って数量やその関係を表したり式の意味を読み取ったりする学習をしてきている。また、中学校における文字を用いた式の学習の素地として、 a や x などの文字を用いることを学習してきている。

文字や文字式を用いることによって、数量やその関係を簡潔・明瞭に、しかも一般的に表現することができる。そして、文字を用いた式に表現できれば、その後は目的に合うように形式的に処理することができる。このように事象の中にある数量やその関係を文字を用いた式を使って表現し、一般的に把握する見方や考え方を育てたり、形式的な処理を施して新たな関係を見いだそうとする態度を育てたりするなど、その学習の意義は大きい。そして、その内容は、数と同様に、数学の学習全般にかかる基礎的な知識及び技能として極めて重要である。

第1学年では、文字を用いて数量の関係や法則などを式に表現したり式を読み取ったりする能力を培うとともに、文字を用いた式の計算ができるようにする。その上で、第2学年では、文字を用いた計算も、数の計算と同じように基本的な法則に従って加減乗除が出来ることを理解し、式の基本的操作ができるようにする。また、式を目的に応じ見通しをもって的確に用いることが出来るようにし、数量の関係を一般的、能率的の考察し、処理することが出来るようにする。さらに第3学年では、公式を用いて展開及び因数分解の方法について理解し、いろいろな式を見通しをもって能率的に扱うことができるようにする。

そこで、第1学年での指導においては、小学校で扱ってきた言葉の式や△、□を用いた式に触れ、それが文字に代わっていくことを丁寧に行い、文字に対する抵抗を小さくするような指導を心がけたい。導入で扱う棒の本数を求める課題では、棒を上手く数えるための計算式を作り、その計算式から考え方を推測させ、文字式を読む足がかりとさせたい。また、この課題において、文字式で表すことやそれを読み取ること、具体的な数を代入し具体的な場面に戻すことを経験させ、その後の学習の基礎となるよう心がける。さらに、文字式の表し方や一次式の加法と減法の学習では、導入で扱った棒の本数を求める式を利用し、様々な考えからたてた文字式が1つの文字式に集約されることを通し、どの文字式も棒の本数を表していることを体験させ、式が1つの数量を表していることへの理解に結びつけていきたい。数量の関係を表す式での学習では、数量間の関係を捉えるのに、文字だけで考えるのではなく具体的な数に置き換えて考えることで捉えやすくさせる。このように、具体的な数で表される数量の間の関係と、文字式で一般的に表される数量関係を結びつける作業も丁寧に行い、文字を用いた式の表現に慣れさせたい。

3. 単元の目標

文字を用いて数量の関係や法則などを式に表現したり式の意味を読み取ったりする能力を培うとともに、文字を用いた式の計算ができるようにする。

- ・文字を用いることの必要性と意味を理解すること。
- ・文字を用いた式における乗法と除法の表し方を知ること。
- ・簡単な一次式の加法と減法の計算をすること。
- ・数量の関係や法則などを文字を用いた式に表すことができることを理解し、式を用いて表したり読み取ったりすること。

4. 単元の評価規準

数学への 関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形などについて の知識・理解
様々な事象を文字や文字を用いた式で捉えたり、それらの性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心をもち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。	文字や文字を用いた式についての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象を見通しをもって論理的に考察したり、その過程を振り返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身につけている。	文字を用いた式で表現したり、その意味を読み取ったり、文字を用いた式で乗法や除法を表したり、簡単な一次式の加法と減法の計算したりするなど、技能を身につけている。	文字を用いることの必要性と意味などを理解し、知識を身につけている。

5. 指導計画（前23時間）と評価規準

(1) 指導計画

節	項	授業時間	
I 文字を使った式	i 文字の使用	2時間	全18時間
	ii 文字を使った式の表し方	1時間	
	iii 代入と式の値	1時間	
	iv 基本の問題	1時間	
II 文字式の計算	i 1次式の計算 基本の問題	5時間	
III 文字式の利用	i 棒の本数を求めてみよう	1時間	
	ii 数量の表し方	3時間	
	iii カレンダーに隠れた法則について考えよう（本時）	1時間	

	iv 関係の表し方 基本の問題	2 時間	
章の問題		1 時間	

(2) 評価規準

節	項	時	評 価 規 準					
			関心・意欲・態度	見方や考え方	技能	知識・理解		
I	i	1	○文字を用いることに関心をもち、その必要性和意味を考えたり、文字を用いて式に表したり、式の意味を読み取ったりしようとしている。	○数量の関係や法則などを、文字を用いた式でどのように表すかや、式が何を意味しているのかを考えることができる。	○数量の関係や法則などを、文字を用いて式に表したり処理したりすることができる。	○文字を用いることの必要性や意味を理解している。		
		2						
	iii	3						
	iv	4				5		
II	i	6	○文字を用いた式の計算に関心をもち、様々な事象における変化や状況を表したり処理したりしようとしている。	○一次式の加法と減法の計算の方法を、具体的な数の計算や日常生活の場面と関連付けて考えることができる。	○簡単な一次式の加法と減法の計算ができる。	○項や係数の意味を理解している。		
		7						
		8					○文字を用いた式の乗法と除法を、その表し方に従って表すことができる。	○文字を用いた式における乗法と除法の表し方や、一次式の加法と減法における項のまとめ方を理解している。 ○ ab や $a \circ b$ などの表現は、操作の方法を表しているとともに、操作の結果も表していることを理解している。
		9				10		
III	i	11	○文字を用いた式を活用することに関心をもち、数量の関係や法則などを表したり、その意味を読み取ったり、式の値を求めたりしようとしている。	○数の和の性質が成り立つわけを色々な方法で説明しようとしていることができる。	○数量の関係や法則などを等式や不等式などで表すため	○数量の関係や法則などを等式や不等式で表すことがで		
		12						
	ii	13						
		14						
	iii	15						
	iv	16						○等号は計算の過程を表す記号としてだけではなく、相関
17								

章の問題	18		<p>に、具体的な場面で情報の選択や演算決定などをし、数量とその関係を捉えることができる。</p> <p>○等式や不等式などの意味を読み取るために、等号や不等号を相関関係や大小関係を表す記号として、文字が表す数量とその関係を捉えることができる。</p>	<p>きる。</p> <p>○等式や不等式の意味を読み取ることができる。</p> <p>○文字を用いた式に正の数や負の数を代入して式の値を求めることができる。</p>	<p>関係を表す記号としても用いられることを理解している。</p>
------	----	--	--	---	-----------------------------------

6. 本時の授業

(1) 日時 平成 30 年 6 月 30 日 (土) 10:00 ~ 10:50

(2) 場所 山梨大学教育学部附属中学校 1 年 2 組教室 (1 階)

(3) 題材 「カレンダーに隠れた法則について考えよう」

平成 27 年度全国学力学習状況調査数学 B²「構想を立てて説明し、発展的に考えること(連続する整数の和)」における解答類型から、育てるべき資質・能力を割り出すこととした。まず、設問(1)では、 $19+20+21$ の計算結果から 3 の倍数になることを確かめるための式 3×20 を答えさせ、正答率は 79.3% である。設問(2)の出題形式は、連続する 3 つの整数のうち、一番小さい数を n とし、連続する 3 つの整数を文字式で表し、 $n \leq 10$ 、 $10 \leq 2x$ 以降を記述させる問題である。設問(2)の正答率は 44.2% のため、設問(1)と比べると下がっていることが分かる。また、文字式の計算結果である 3×10 、もしくは $3n \leq 3$ まで記述できた生徒の割合が 52.3% となっており、47.6% の生徒が計算結果に至っていないことが分かる。さらに、設問(1)で正答した生徒の中でも、文字式で表された事によって計算結果まで至らなかったことも分かる。

平成 27 年度全国学力学習状況調査数学 A²(1)において、「文字式の計算」が出題されているが、正答率は 85.7% と高いため、文字式の計算が出来ないわけではないと言えるだろう。また同調査 A²(4)において、「文字を用いた式で数量の関係を説明するための構想を理解しているか」を問う問題が出題されている。この問題も連続する 3 つの整数の和を取り扱っており、3 の倍数になる根拠となる式を問うているが、正答率は 57.8% と低くなっていることが分かる。

これらのことから着目したのは、平成 27 年度全国学力学習状況調査数学 B²設問(1)のように具体的な数値では 3 の倍数になることを示せた生徒の割合が 79.3% いるのに対し、設問(2)のように文字で一般的に表された式では、計算することが出来なくなる生徒の割合が 47.6% もいることである。また、設問(1)では無解答が 5.8% で、誤答の中には言葉で説明しようと試みたり $60 \div 3$ が割り切れることを利用したりする生徒が見られる。これら

のことから、文字を用いて表したり読み取ったりするために必要な、文字が表す数量とその関係の理解が不十分ではないかと考えた。

そこで、1年次においては、具体的な数に置き換えることが容易な場面設定が大切であると考えた。具体的な数で考えることは、数量の間の関係を把握しやすくなるからである。そこで、普段から目にするカレンダーを題材にし、その数の並びに着目させる。規則出来に並んだ数であることを確認し、それらの数を囲むことで見いだせる性質を探させたい。具体的な数で性質を考える際には、いくつかの例を挙げることを大切にさせ、そこから数の間の関係を捉えたり、性質が成り立つわけを説明する際の根拠となる式を見いだしたりする機会とする。そこから、カレンダーに並ぶ数ならば、見いだした規則はいつでも成り立つのかを考えさせ、一般的な説明を考える機会としていきたい。ここでは、文字式を利用せず、数量の間にある関係を上手く使いながら、数や式を利用した説明をまとめていく考え方も大切にしたい。具体的な場面で数量の間の関係を捉えることは、文字を用いて一般的に表された式での関係を捉えることが困難になってしまうからである。また、中には文字を利用する生徒もいると思われる。その場合には2年次で扱うような説明を求めることはしない。ただし、説明の根拠として文字式を利用するのであるから、何を文字でおいたのか、根拠としてふさわしい式なのかは確認していく。文字を利用した考えと、数量の間の関係を上手く使った説明とを見比べることで、多くの共通点が見いだせるだろう。その上で、数の範囲をカレンダーから整数に拡張することによって、文字を利用する良さを感じさせる手立てとしていきたい。

(4) 本時のねらい

- ・カレンダーの数の並びに着目し、色々な数の和の性質を帰納的に見いだすことができる
- ・見いだした性質が成り立つわけを色々な方法で説明しようとするができる

(5) 本時で育てたい資質・能力

- ・数学の事象から問題を見いだす力
- ・数学的な表現を用いた説明を理解したり評価したりする力

(6) 資質・能力を見取るための工夫

- ・授業中における生徒の活動の様子をノートなどに記録する。
- ・生徒に学習感想をまとめさせるために、授業を振り返る時間を設定する。

(7) 本時における評価基準

	A	B	C
数学の事象から問題を見いだす力	いろいろに囲んだ数の和の性質を、帰納的にいくつか見いだすことができる。	いろいろに囲んだ数の和の性質を、帰納的に見いだすことができる。	いろいろに囲んだ数の和の性質を見いだそうとする。

<p>数学的な表現を用いた説明を理解したり評価したりする力</p>	<p>数や式などを利用しながら性質の説明をまとめたり、文字を利用する良さに気付いたりすることが出来る。</p>	<p>数や式などを利用しながら性質の説明をまとめることが出来る。または、他の意見を理解し、その良さに気付くことが出来る。</p>	<p>自分なりの表現で性質の説明をまとめようとする事が出来る。</p>
-----------------------------------	---	--	-------------------------------------

(8) 展 開

過 程	活 動 内 容	予想される生徒の反応	留 意 点
<p>導 入</p>	<p>1. 課題把握</p> <ul style="list-style-type: none"> ・教室にあるカレンダーの話題から、規則的に並ぶ数について考えることを確認する。 ・カレンダーに並ぶ数にはどのような特徴があるのか確認する。 ・規則的に並んだ数をいろいろに囲んだとき、それらの和の性質を見つけよう ・縦に並んだ数の和について考える。 	<ul style="list-style-type: none"> ・正の整数が並んでいる ・1 ずつ大きくなる ・7 つ並ぶと次の段にうつる ・縦には 7 ずつ大きくなる ・1～30 までの整数である ・負の数はない ・横に 3 つ並ぶ数の和は 3 倍 ・縦に 3 つ並ぶ数の和は 3 倍 ・いくつかの組合せで確認する $2 + 9 + 16 = 27$ $7 + 14 + 21 = 42$ $11 + 18 + 25 = 54$ 	<ul style="list-style-type: none"> ・ 3 つの数の和に着目する意見が出ない場合には教師から提示する。 ・ 出た意見の中から実際に考えるものを確認したり、間違えているものの反例を挙げたりする。
<p>カレンダーの縦に並ぶ 3 つの数の和は、3 の倍数になりそうです。 この法則が正しいという説明を考えてみましょう。</p>			
<p>展 開</p>	<p>2. 課題解決</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・提示されているカレンダーの 	<ul style="list-style-type: none"> ・数の打ち消し合い

	<p>3. 発表</p> <ul style="list-style-type: none"> • 使用している文字に入る数の範囲を確認する。 • 最終的に表された文字式を読み取り、何が言えるかを確認する。 <p>4. 追加課題</p>	<p>数を使って、説明を試みる。</p> <ul style="list-style-type: none"> • 一番小さい数を文字で表し、説明を試みる。 • 真ん中の数を文字で表し、説明を試みる。 	<p>に気づいた</p> <ul style="list-style-type: none"> • 目的に応じた式変形ができた • より簡潔に表す方法を見いだせた • 何を文字で表しているのかを明確にさせる。
<p>カレンダーにない大きい整数や、負の整数にまで範囲を広げても、今説明した法則は成り立つのだろうか？</p>			
	<p>5. まとめ</p> <ul style="list-style-type: none"> • 本時を通して、気付いたことや学習感想を記入させる <p>6. 自由課題</p>	<ul style="list-style-type: none"> • 実際に大きい数や、負の数を計算して確かめる。 $33 + 40 + 47 = 120$ $(-4) + (-11) + (-18) = -33$	<ul style="list-style-type: none"> • 文字にはどのような整数を入れても3倍であることが言えるので成り立つことを実感させる。
まとめ			
<p>カレンダーには他にも法則があるだろうか？見つけてみよう。</p>			

【参考・引用文献】

- 新しい数学1 平成27年検定済教科書・指導書 東京書籍
- 新しい数学2 平成27年検定済教科書・指導書 東京書籍

- 中学校学習指導要領解説数学編 文部科学省 教育出版 2008
- 評価基準の作成，評価方法等の工夫改善のための参考資料（中学校 数学）
国立教育政策研究所 教育課程研究センター 2011
- 平成 27 年度全国学力・学習状況調査報告書【中学校／数学】 平成 27 年 8 月
文部科学省国立教育制作研究所
- 中央教育審議会初等中等教育課程部会算数・数学ワーキンググループ(平成 28 年 5 月)
「配布資料」