数学科研究主題

考えさせる授業の創造

～ 「作業」を重視して ～（１年次／３年計画）

小松 琢朗　　荻原 崇　　青柳 広太郎

１　テーマ設定の理由

本校数学科で目指す生徒像は，「問題の解決に向けて粘り強く，誠実に取り組もうとする生徒」「対話を通し，自他の考えを認め合いながら，考えを深めたり発展・統合したりできる生徒」である。問題に対してあきらめずに，個人としても集団としても，前向きに挑戦する生徒を育てたい。そのためには，日々の授業において，生徒が考える場を設定し，教師が積極的に関わり，問題に対して誠実に向き合い，何とか解決しようと粘り強く取り組む経験を数多くさせることが大切である。そのような授業を行うために，教師は教材研究をし，授業における課題提示を工夫するなどして，生徒が主体性をもって考えたくなるような場をつくる必要がある。また，学習の過程において，あたかも生徒が自分で学習を深化・発展させたと感じるように，教師がうまく働きかけをしなければならない。松原（1987）は，「考えさせる授業とは，子どもに活発な自己活動をさせることである。そのとき子どもは授業に夢中になる。数学を学ぶ中に，自我の自覚があり，必然的に数学を学ぶことの必要性を直観することになるのである。」と述べており，授業の在り方として「考えさせる授業」の重要性について言及している。また，杉山（2012）は「考える力を育てるには，考えさせる場を作り，実際に考えさせることが大切である」と述べている。このことをもとに本校数学科では，生徒に主体性をもたせながら，生徒が考える場を設定することを目指し「考えさせる授業の創造」を研究主題として設定した。ただし，教師が場を設定しただけでは「考える姿勢」や「考える過程」を教えるということは難しい。したがって，具体的な方策として，作業を重視した授業作りを推進していく。「作業」によって具体的に事象を捉えることができ，観察を続けることで，先の見通しやや り直しなど，絶えず思考を継続させることができる。また，生徒が作業を通して課題に集中することができるという利点も考えられる。よって，副題を「『作業』を重視して」とし，生徒の「考える力」の育成に努めたい。(本校数学科でいう「作業」は，模型をつくったり，図をかいたり，計算を繰り返したり，念頭操作をしたりするなどの意味で捉えている。しかし，松原(1987)が述べている「作業の本質は思考である」ということが原則である。)

２　本校数学科における「考えさせる授業」について

そもそも，「考える」とはどういうことか。杉山(2012)は，「もし，「考える」ということが「意識の流れ」をいうとすれば，人は誰でも，いつでも考えている。そのようなことを「考える」範疇にいれるとすると，考えないことなどできないことになるであろう。」と述べた上で，「考える」とは「ただなんとなく考えることを言うのではなく，そこから適切な行動が生まれ，何か価値あるものが生まれるような「考える力」を言っている」と述べている。したがって，本校数学科で「考えさせる授業」というときの，生徒が「考える」状態というのは，「意識の流れ」のような無目的なものは含めず，問題解決のための生徒の活発な自己活動があり，その中で数学を学ぶことの必要性を感じたり，数学の創造のおもしろさを感じたりできる状態であると捉える。このような状態を授業の中に創りだすことを「考えさせる授業」と捉えている。

さて，このような授業を創造するに当たり，もっとも重視しているのは，その授業で扱う題材である。松原(1987)は，「考えさせる授業は，子ども自身が考える授業であり，それには，考える時間を子どもに保証する必要がある。そして，対象なしで一般的な考え方を指導するような授業ではない。」「考えさせるとは，子どもを課題に当面させてその課題に集中させることである。そして，その課題とは各人にとっての課題なのである。その課題解決の過程で，直観も論理も働く。そして，いわゆる数学的な考え方も使われるのである。その結果，関連する既習事項が思い出され解決に至るのである。」と述べている。どのような題材を用いるかによって，その授業の展開が大きく変わる。そして，その題材を用いた授業における工夫も重要である。ここではまず，授業で扱う題

材について述べ，次に授業の構成について，考えさせる授業を創造するための工夫を述べる。

（１）授業で扱う題材について

「考えさせる授業」における題材については，次の２つの側面が考えられる。

１つ目は，生徒がたてた予想と知識の間にズレや矛盾が生じるような題材である。杉山(2012)は，生徒にとって解決が迫られる切実な現実問題を含む題材や，日常生活や社会の中にある数学が活用されている題材は「考えさせる授業」の題材として望ましいが，そのような題材はそうそう見つからない。そこで，「人は，知識のズレや矛盾に気がついたときには，そのままでは放っておけないという心理的傾向を持っている」という考えから，「生徒を知識のズレや矛盾に気づかせるような状況におくことができれば，その生徒はそれを解消しようと考え始める」と述べている。そのような問題場面に生徒を立たせることで，「その矛盾を何とか解消したい」「その原因を探りたい」という強い思いをもたせたい。

２つ目は，多様な解決方法があるような問題を設定できる題材である。考えさせる授業の題材は，単にその問題だけを解決することにねらいがあるわけではない。その問題に含まれる数学的な構造をつかむことに真のねらいがある。数学的な構造をつかむことができれば，数値が変わったり，問題場面が変わったりしても，数学を使って問題を解決することができるからである。時には，構造をつかむなかで，数学の美しさに気付き感動するような文化的な価値を感じさせたい。

どちらの題材であっても，「考えさせる授業」をするために，教師は，その題材の数学的な背景まで含めた全体構造について研究しておく必要がある。その上で，生徒の考え方の傾向や生徒のもつ常識などを踏まえて予想される生徒の反応について丁寧に分析しておかなければならない。すなわち，教材研究こそが「考えさせる授業」をつくる上で最も重要だといえる。このような入念な教材研究の上に立って，初めて授業の中で生徒に考えさせることができるのである。

（２）授業の構成について

半田(1995)は「よい導入は，授業の雰囲気づくりではない。課題の本質に対して深く考えさせることである。」と述べている。そのために導入の過程においては，生徒がその問題を何とかして解決したくなるように，生徒をその問題場面に引き込むような工夫が重要となる。具体的には，生徒に与える情報を，映像や写真で与えるのか，数値データで与えるのか，実際に図をかいたり，模型を作らせたりするのかなど，さまざまな要素が考えられる。さらに，数値を扱う場合には，その数値についても後の活動を想定して，吟味を重ねて設定する必要もあろう。そのためには課題の本質を教師が把握する必要がある。いずれにしても，授業の導入の過程がうまくいけば，生徒はその活動にのめり込み，教師が指示をしなくとも考え始めるであろう。

展開の過程においては，生徒が問題に取り組み，試行錯誤をしている場面が想定される。生徒が夢中になって問題に取り組んでいるときには，十分な時間を確保して生徒の思考に委ねることが大切である。生徒が誤った方向に向かっていたり，行き詰まっていたりしている様子がみられても安易にヒントを与えて誘導するようなことはせず，じっくりと粘り強く考えさせるのである。生徒の誤りや行き詰まりは必ずしも悪いものばかりではなく，それを客観的に見直すことによって正しい考えや向かうべき解決へと思考が進むこともある。この解決の過程が「考える」ことであり，生徒に活動させることが「考えさせる授業」である。また，本校数学科でこれまで研究してきた「作業」は，自分の思考を客観的に見直す上での手立てとなった。また，教師が生徒の「作業」の様子をつぶさに観察し，他の生徒にとってよい刺激となる生徒の考えを全体で取り上げて，共有することも有効である。それによって，生徒は教材について別の視点から見たり，自分の考えを改めて見直したりすることができる。生徒がお互いの考えを共有するためには，自分で考え，試行錯誤を繰り返すことで課題に対する理解を深めている必要がある。「生徒が十分に課題に対する理解を深めているか」を捉えていなければならない。そのため，教師は生徒に自分の思考を客観視させるか，そのタイミングを見極めることが大切である。杉山(2012)は，授業は，

個人内で行われる思考が外に現れたものであり，そこで行われる外的な問答，対話が内的な思考を育てると述べている。このことからも，授業内で，生徒がメタ認知できるような工夫をしたり，グループやペアを活用して，他の生徒との相互作用を促すような工夫をしたり，さまざまな方法を用い，生徒の「考える力」を育てたい。

まとめの過程においては，生徒一人ひとりの考えや小グループごとの考えなどを全体で共有したり，共通点や相違点を見いだしたりして，学習内容を統合的にとらえてまとめたり，そこからさらに発展的にとらえて別の課題につなげたり，いわゆる練り上げの過程を大切にしたい。その中で，生徒が「なるほど」と感情に納得を与えられる授業が「考えさせる授業」である。

３　本校数学科の研究について

（１）研究の目的と手立て

本研究の目的は,「考えさせる授業」を構成・実践することを通して，生徒に数学を学ぶことのよさを実感させることと，生徒の考える力を育成することである。そこで，次の２つの手立てを取り入れた授業づくりを行う。

①生徒が自ら考えたくなるような問題（題材）を設定する

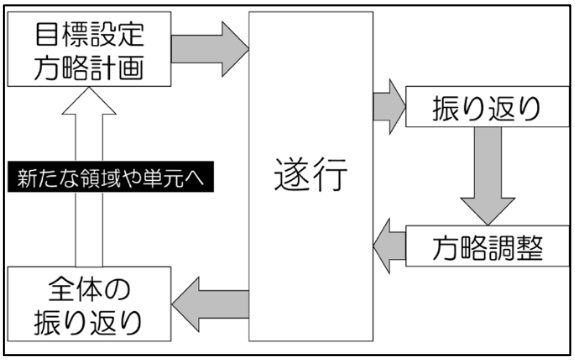
先述したように，数学の授業において，生徒に考えさせる授業を構成する場合,「問題解決型」の授業を構成する。その際，教師は，その題材の数学的な背景まで含めた全体構造や，課題に対して生徒の実態を踏まえた予想される生徒の反応例について，課題の本質をつかむまで緻密に教材研究を深めておく必要がある。

②作業を重視する

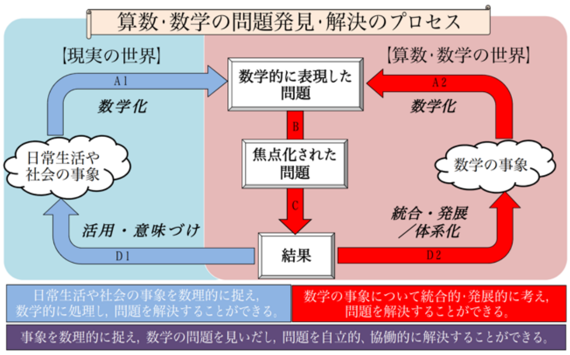
作業を重視することの利点は以下の３つが考えられる。

・ものをつくったり，手にとって観察したりすることで，生徒の思考が促される。また，別々に身に付いていた知識や性質の関係が結びついたり，既習の知識が新たな課題解決の手掛かりとなったりする手立ての１つとなる。
・作業を通して，生徒の既有の知識や知恵を総動員して考える場面を設けることで，考える楽しさや解決できたときの喜び味わうことができる。それが，課題に対しあきらめずに粘り強く取り組む姿勢を育てることにつながる。
・数学科の教科の特性上，抽象的な思考の場面が多く，かつ生徒の思考の様相は多種多様で，一人一人の考えを教師が把握することが困難である。しかし，作業を重視することで，生徒の思考が活動中の経過やノートの記述などに表れやすくなり，教師が把握しやすくなる。これを生徒にフィードバックすることで，生徒も自らの思考を振り返ることにつながる。

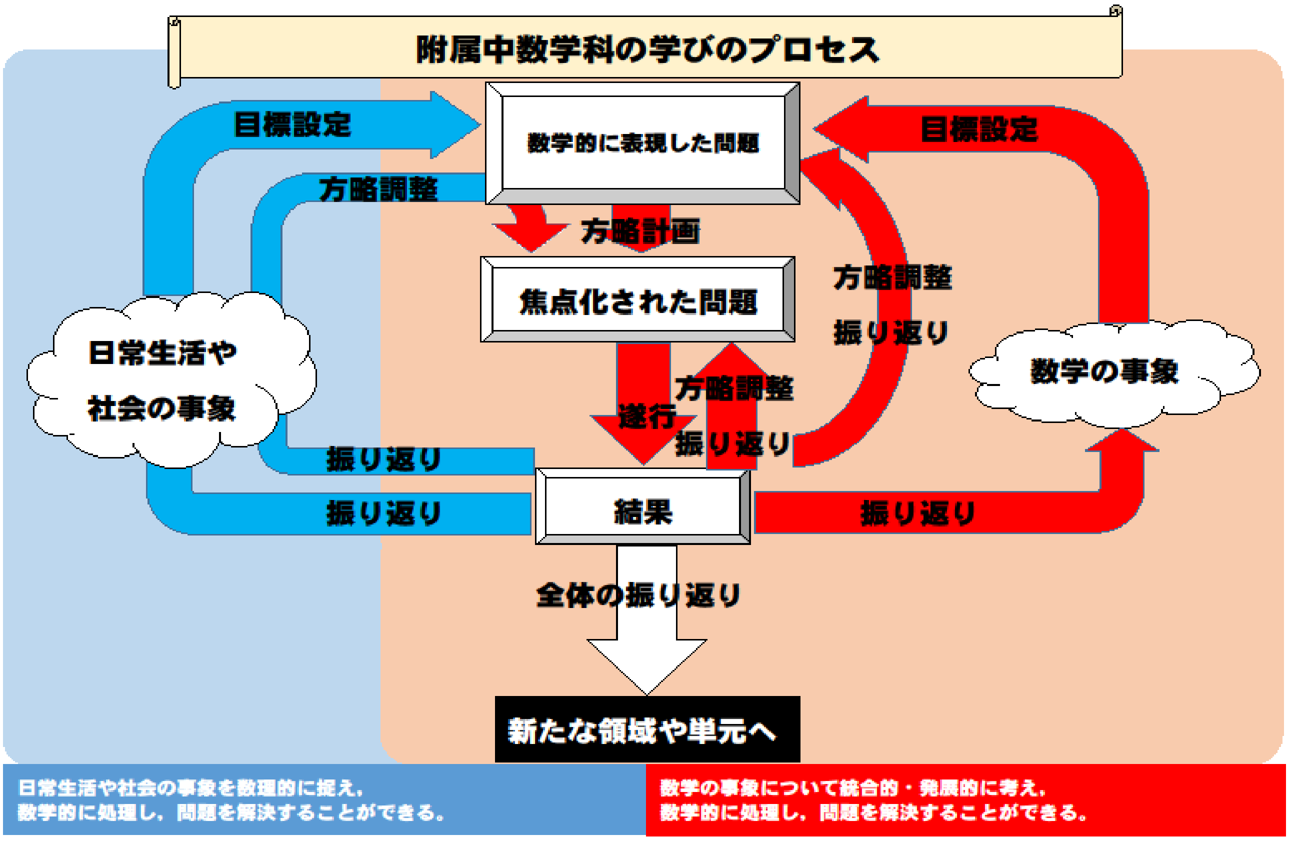
この利点をふまえ，自分の持っている力を総動員して問題解決をすることにより，一層考えることに重きを置いた指導ができると考えた。具体的な手立てとしては，昨年度までの研究の成果である「附属中『主体的な学び』のプロセスモデル」（図１）を，中央教育審議会初等中等教育課程部会算数・数学ワーキンググループ「配付資料」に示された「算数・数学の問題発見・解決のプロセス」（図２）に組み込んで「附属中数学科の学びのプロセス」（図３）を作成し，それをもとに指導計画や指導案を作成する。なお、（表１）は（図１）のそれぞれのプロセスの説明である。また、この（図２）は令和４年度第１回事前研究会においていただいた意見をもとに修正したものである。修正点はふり返りと方略調整をプロセスととらえ、矢印の形で表すことにしたことと、このプロセスを実施することによってたどりつく結果を明示したことである。



（図１）



（図２）



注：常にこの通りに進むものではなく、ときに行きつ戻りつしたり、飛ばしたりしながら進んでいくこともある。

（図３）

	エンゲージメントの高まり（生徒の姿）
目標設定	・高いレベルの関心をもつ課題や日常生活で直面する課題、現実世界で解決すべき課題、自らのキャリア形成に関連する課題を選択する。 ・挑戦の感覚、知的好奇心、学習への期待感をもつ。
方略計画	・ゴールを設定し、過去の学習経験を生かしながら、課題解決のための学習方略を考える。
遂行	・計画に基づいて、学習を遂行する。 ・計画した方略や必要に応じて調整した方略に基づいて、個人やグループでの学習活動に熱心に参加する。
振り返り	・自らの学びの効果を振り返る。また、学習の進み具合を把握し、見通しをもつ。
方略調整	・必要に応じて学習方略を修正する。
全体の振り返り	・自らの学びの質や成果を振り返る。 ・学ぶ面白さや楽しさを感じたり、有能感や充実感をもったりする。

（表１）

４　全体研究をふまえた本年度の数学科の研究について

（１）数学科における「創造性」とは

全体研究では「創造性」とは「自ら課題を見出し，これまでに学んだことや新たな知，技術革新を結び付けることで解決して，新たな価値を創り出すための資質・能力」と定義づけている。さらにその補足として「「事象同士の新たな結び付きを見出し，それを生かしたり，表現したりすること」「事象に新たな意味を見出し，それを生かしたり，表現したりすること」が新たな「価値」を創り出すことといえる。」と述べている。それでは数学科における「創造性」とはなんであろうか。

中島（1981）では以下のように述べられている。

> 算数・数学の指導でいう「創造的」とはどんなことか。それは，たしかに，何かしら「新しいものをつくり出すこと」であるが，「新しいもの」といっても，小学校や中学校の段階では，世間の人が全く知らない新しい数学的な内容をはじめて創り出すことは必ずしも期待できない。実際にも，指導内容としてカリキュラムの上で取り上げられていることは，学問的にはすでによく知られた初等的な事柄に過ぎないわけである。
>
> それでは，「創造的な指導」という場合に目指していることは，どんなことか。それは，次のようなことであるといえよう。すなわち，
>
> 「算数や数学で，子どもにとって新しい内容を指導しようとする際に，教師が既成のものを一方的に与えるのではなく，子どもが自分で必要を感じ，自らの課題として新しいことを考え出すように，教師が適切な発問や助言を通して仕向け，結果において，どの子どもも，いかにも自分で考え出したかのような感激を持つことができるようにする」（下線は加筆）

このように考えると，下線部は全体研究における「創造性」の定義と一致していることがわかる。また，中島(1981)は『「数学的な考え方」の育成とは，算数・数学にふさわしい創造的な活動が自主的にできるようにすること」である。』と述べている。つまり「数学的な考え方」を育むことこそが数学における創造性を育むことであるということである。

さらに，中島(1981)は以下のように論を進めている。

> そこで，「創造的」というからには，既習の知識や習慣的な方法だけでは処理できない，何か新しいもの，より進んだものを探りあて考え出すことが要求されているわけである。しかも「算数・数学にふさわしい」という立場で考えようとしているのであるから，そうした課題は，算数・数学の人間が作り上げた時に求めようとしていた価値観にもとづいたものであることが，要請されるといってよいはずである。
>
> このような価値観に関しては（中略）基本的なものとして，例えばより簡潔にしたい，より明確にしたい，より統合されたものにしたい，といったことをあげてきている。このような観点からみて不都合があったら，何とか工夫改善しなければ気がおさまらないという心情にかられて構成されるのが，ここでいう算数・数学の創造的な活動を推し進める原動力としてふさわしい「課題」であると考えるのである。

本校数学科はこのような先達の考え方を大切にしながら「考えさせる授業」を研究してきている。つまり「考えさせる授業」は生徒の創造性を育むために最適であると考える。

さらに中島(1981)は創造的な活動を行う上で重要な学習過程として以下の２つをあげている。

> 創造的な活動であるから，なにかこれまでのもの（既習の知識，手法）にないものを，考えたりさぐりあてたりすることが要求されるわけである。（中略）創造的な活動をする場合には，きわめて重要な思考的態度である。（中略）日常の算数・数学のどの指導場面でも，何か新しい内容を学習させる際には，既成のもの，洗練された形式だけにこだわらないで，課題に即して，「かりにこう考えてみよう」というような取り扱いや，そうしたことにもとづいた試行錯誤の過程，さらに，どんな点をおさえれば，既習のものと「同じ考えで安心できるか」といった見方や活動が含まれていることが，創造的な活動として大事である。

> 数学的な創造を引き起こす価値観として，簡潔，明確，統合の３つをあげたが（中略）その中でも特に「統

合」が大きな役割をもっている。

これらはそれぞれ，中央教育審議会初等中等教育課程部会算数・数学ワーキンググループ「配付資料」に示された「算数・数学の問題発見・解決のプロセス」（図２）におけるＡとＤの学習過程を示していると考えてよいであろう。

ここまでの内容を踏まえたうえで，本校数学科としてとくに育みたい「創造性」を以下のように設定したい。

① 日常生活や社会の問題を数理的にとらえることについて，事象の数量等に着目して数学的な問題を見いだす力や，事象の特徴を捉えて数学的な表現を用いて表現する力（事象を数学化する力）

② 数学の事象における問題を数学的にとらえることについて，数学の事象から問題を見いだす力や，事象の特徴を捉え，数学化する力，得られた結果を基に拡張・一般化する力

③ 解決過程を振り返り，得られた結果を意味づけたり，活用したりすることについて，得られた結果を元の事象に戻してその意味を考える力や，様々な事象を活用する力

④ 解決過程を振り返るなどして概念を形成したり，体系化したりすることについて，数学的な見方・考え方の良さを見いだす力や，得られた結果を基に批判的に検討し，体系的に組み立てていく力，見いだした事柄を既習の知識と結び付け，概念を広げたり深めたりする力，統合的・発展的に考える力

⑤ 単元を通した学び全体を振り返り，新たな領域や単元へ学びをつなげていく力

それぞれ，中央教育審議会初等中等教育課程部会算数・数学ワーキンググループ「配付資料」に示された「算数・数学の問題発見・解決のプロセス」（図２）における A1 が①に，A2 が②に該当する。これは全体研究における「自ら課題を見いだし，」の部分に当たる学習過程である。また，同様に D1 が③に，D2 が④に該当し，⑤は「附属中数学科の学びのプロセス」（図３）の「全体の振り返り」「新たな単元・領域へ」に該当する。これらは全体研究における「これまでに学んだことや新たな知，技術革新を結び付けることで解決して，新たな価値を創り出す」の部分に当たる学習過程である。この①から⑤を「考えさせる授業」を通して育んでこそ，生徒の「創造性」は養われると考える。

（２）内発的動機付けを育むために

「内発的動機付け」とは，「学習内容そのものの面白さや学習内容がもつ価値を見いだし，好奇心や興味関心，やりがいといった内的な欲求をもとに自発的にやりたいと考えること」である。これはすなわち，「考えさせる授業」において大切にしてきた「生徒が自ら考えたくなるような問題（題材）を設定する」「作業を通して，生徒の既有の知識や知恵を総動員して考える場面を設けることで，考える楽しさや解決できたときの喜び味わうことができる。」ことで育まれるものに他ならない。数学的活動を通して生徒自身が考え，数学を創り出していく過程にこそ，「内発的動機付け」が生まれていくといってよいであろう。

（３）メタ認知

全体総論では『「振り返り」「全体の振り返り」の学習過程において、生徒の学びを自分自身でモニタリングさせるとともに、学び方についての知識を示して、自らの学びをどのように変えれば良いかプランニングさせたい。また、「振り返り」「全体の振り返り」で行ったプランニングを生かして、次単元の「目標設定」に取り組ませたい。』としている。これらには本校数学科で取り組んでいる「学習感想」「学びのふり返り」の実践がそのまま当てはまる。また『（１）数学科における「創造性」とは』で述べた③から⑤の部分が該当する。これらの学びを通して生徒のメタ認知する力を育んでいきたい。

（４）本研究における数学科の研究内容

（１）（２）で述べたように，「創造性」「内発的動機付け」ともに先述した本校数学科の研究を進めていくこと

が大切であると考える。本校は本年度より３ヵ年計画で研究を進めていく。そこで，一年を区切りとして段階的に研究を進めていきたいと考えている。

研究初年度にあたる本年度は，（１）で述べた①と②に重点をおいて研究を進めたい。いわゆる「問題発見」の場面における「創造性」の育み方についてである。さらに次年度，本年度の研究の成果を踏まえ，（１）で述べた③と④に重点をおいて研究を進めたいと考えている。そして最終年度，（１）で述べた①から④の育み方を踏まえつつ，⑤に重点をおいて研究を進めることで，本校数学科における「創造性」の育み方を示したい。

５　授業実践例

【実践事例１】

第１学年数学科学習指導案

授業者　　青柳　広太郎

1.　単元名　文字と式

2.　単元について

①　生徒観

小学校算数科では，第４学年までに数量の関係や法則などを数の式や言葉の式，□，△などを用いた式で簡潔に表したり，式の意味を読み取ったりすることなどを学習している。また，第５学年では□，△などを用いて数量の関係を表し，２つの数量の対応や変わり方に着目してきた。第６学年では，数量を表す言葉や□，△などの代わりに，aやxなどの文字を用いて式で表したり，文字に数を当てはめて調べたりすることを学習している。

本学年は，基礎的な知識が概ね定着しており，計算などの基礎的な問題については意欲的に取り組む姿勢がみられる。また，難しい問題に対して根気強く取り組む生徒が多い。しかし，1つの解法を見つけてしまうと他の解法を考えずにいる生徒や計算過程の大部分を省略して計算することで，式が何を表しているのか把握せずに問題に取り組む生徒が多いことが課題として挙げられる。そこで，多様な解法が生まれやすい本課題を設定し，1つの解法だけでなく他の解法を考えることによって，数学的な見方・考え方を育てていきたい。また，計算過程に焦点をあてて文字に置き換える活動を通して，計算過程を記述することのよさを生徒が感得することを目指す。

②　教材観

文字を用いた式は，日常生活や社会における事象の中にある数量の関係や法則を簡潔，明瞭かつ一般的に表現するために必要である。また，文字を用いた式には，自分の思考の過程を表現し，他者に的確に伝達できるというよさがある。このような文字を用いることのよさを実感し，その必要性や意味を理解できるようにすることが重要である。

中学校第１学年では，これまでの過程を踏まえ，数量の関係や法則などを，文字を用いた式で表すだけでなく，文字を用いた式を簡潔に表したり，文字式を計算したり，文字式から事象を読み取ったりすることを学習する。また，第２学年や第３学年で学習する文字を用いた説明の場面では，具体的な数ではすべての場合については説明することができないことに気づかせ，文字を用いた式を使って一般的に表現し説明することの必要性を理解させる。

③　指導観

本単元の導入では，４段に積み上げた１０俵の米俵（１段目１俵，２段目２俵，３段目３俵，４段目４俵）それぞれの段に１俵ずつ追加して台形のような積み上げ方をするとき，x番目の米俵の総数を文字を用いた式で表すことを目指して学習を進めていく。まず，最初から文字を使用するのではなく，具体的な場面における数量を数を用いた式で表す活動として，５番目の米俵の総数を求める式や図を生徒に考えさせる。その後，全体検討のなかで，同じ式で考えていない生徒に図を考えさせることで，他の生徒の考えがどのようなものか考えさせる。同様に，図を提示して式を考えさせることで，囲い方がどのような数を示しているのか考えさせる。この活動のなかで，１段目の俵数と式とのつながりに気づかせたい。また，変化する部分を視覚的に確認することができるように，5番目の米俵の総数を求める式や図を板書するなかで，1段目の俵数である5を強調した式にしていく。

米俵の総数について考えるときに，具体的に数え上げできるものから考えると，4 番目の米俵の総数を求める方が自然である。しかし，4 番目の４（変化する部分）と米俵の段数の４（変化しない部分）との区別をする時間が必要となり，生徒によっては変化している部分を勘違いしてしまうおそれがある。したがって，４番目の４（変化する部分）と混ざることのないように５番目とした。それに伴い，授業後半の課題は５の倍数である２０番目の米俵の総数を求めることにした。倍数である部分で考えることによって，比例とみなして考えてしまう生徒が出ると考える。その生徒には，机間指導のなかで比例の関係にあたるのか確認する。次に，１番目，２番目，３番目のように数を変化させたとき，一定の部分（変化しない部分）と変化する部分について考察し，言語化する活動を行う。２つの活動を通して，文字を未知数としてだけでなく，変数として捉えさせたい。また，変化する部分を文字xで表して１つの式にまとめられることを確認する。導入時の振り返りでは，「同じものを表しているのに式が違う」ということに疑問をもち，「もっと簡潔に表せるのでは」という問いをもってその後の授業へとつなげていく。次に，文字を用いた式における乗法と除法の表し方を知ることで式の表現を簡潔にしたり，１次式の加法と減法の計算ができるようにしたりしていく。ここで，文字xを使った米俵の総数を求める式を計算すると，計算した結果がすべて同じ式になることから，米俵の総数の求め方が違っても文字式で表して計算すると，同じ結果になることに気づかせる。また，文字を用いた式は米俵の総数や棒の総数を表すだけでなく，思考の過程を表現し，他者に的確に伝達できるというよさも実感させたい。さらに文字を用いることで数量の関係を簡潔に表現できることから，文字を用いた式の文字に数を代入するだけで棒の総数を求めることができることにも気づかせたい。具体的な場面で文字を用いた式に表したり，具体的な場面と関連付けて文字を用いた式を読んだりすることに，単元全体を通して取り組ませる。

本時では，単元の導入である米俵の総数を求める活動を行う。題材を米俵にすることで，解法に多様性があること，実物や写真をみたことがあるので興味・関心を持ちやすいこと，導入部分で時間を多く使うことなく，数学的な活動に時間を費やすことができることなどの利点がある。また，米俵の積み上げ方については，三輪(1992)のなかで書かれている石田の実践「『おはじきの数』の問題の分析」を引用している。この実践における並べ方は，米俵の総数を段数に着目して考えられること，段数が変化せず，横方向に増えていくので 2 次式にならないこと，図形として捉えることも可能であり，作業を通して図形として捉えたときの特徴に気づくことが期待できるなどのよさが考えられるものとなっている。また，米俵を模式化して半具体物として扱うことで，図と式の関連付けが可能となるので，生徒が式や図を読みやすくなる。図の変化が式のどの部分と対応するのかを捉えやすくすることで，擬変数がみえてくる。

3. 単元の目標

文字を用いた式について，数学的活動を通して，文字を用いることの必要性と意味を理解し，文字を用いた式における積や商の表し方を知り，簡単な１次式の計算をすることや数量の関係や法則などを，文字を用いた式を用いて表したり読み取ったりすることができるようにし，文字を用いた式を活用して具体的な事象を考察し表現しようとする態度を培う。

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
・文字を用いることの必要性と意味を理解している。 ・文字を用いた式における積や商の表し方を知っている。 ・文字を用いた式の文字に数を代入して，その式の値を求めることができる。 ・簡単な 1 次式の計算をすることができる。 ・数量の関係や法則などを，文字を用いた式に表すことができることを理解している。 ・数量の関係や法則などを，文字を用いた	・具体的な場面と関連づけて，1 次式の加法と減法の計算の方法を考察し表現することができる。 ・文字を用いた式を活用して，具体的な事象を考察し表現することができる。	・文字を用いることの必要性と意味を考えようとしている。 ・文字を用いた式について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。 ・文字を用いた式を活用した問題解決の過程を振り返って検討しようとしている。

式を用いて表したり，読み取ったりすることができる。		

4.　指導計画（全１９時間）

（１）文字を使った式

①　米俵の総数を求めてみよう・・・・・・・２時間（１/２本時）

②　棒の本数を求めてみよう・・・・・・・・１時間

③　文字の使用・・・・・・・・・・・・・・１時間

④　文字を使った式の表し方・・・・・・・・３時間

⑤　代入と式の値・・・・・・・・・・・・・１時間

⑥　基本の問題・・・・・・・・・・・・・・１時間

（２）文字式の計算

①　棒の本数を求める式は？・・・・・・・・１時間

②　１次式の計算・・・・・・・・・・・・・４時間

③　基本の問題・・・・・・・・・・・・・・１時間

（３）文字式の利用

①　棒の本数を求めてみよう・・・・・・・・１時間

②　数の表し方・・・・・・・・・・・・・・１時間

③　数量の間の関係の表し方・・・・・・・・１時間

④　章の問題A・・・・・・・・・・・・・・１時間

5.　本時の授業

（1）日時 令和４年６月１３日（月）５時間目

（2）場所 山梨大学教育学部附属中学校１年２組教室

（3）題材「米俵の総数を求めてみよう」

（4）本時のねらい

米俵の総数の求め方を自分なりの方法で考え，式や図を使って説明することができる。

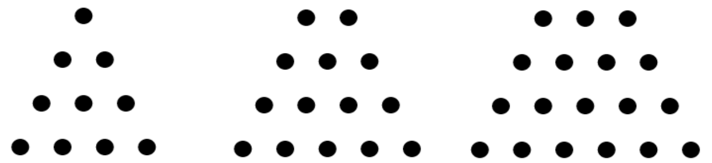
（5）教科総論とのかかわり

本校数学科の研究（教科総論，p.3）で書かれている「作業」を重視した活動にするために，２つの活動を取り入れた。第一に，ただ５番目の米俵の総数を求めるのではなく，いろいろな考え方で５番目の米俵の総数を求める活動である。「いろいろな考え方」という言葉を取り入れることで，この題材のよさの１つである多様な解決方法があることがより生かされ，生徒一人一人に応じた課題となると考える。第二に，生徒がどの部分に注目して考えたのかドットに表した図を書いて囲みをして示したり，数の式を用いて表したり，言葉を用いて説明したりする活動である。数学的に作業をするうえで，文字式は必要不可欠なものである。この文字式を生徒自身の考えを表現する手段として今後使うことができるようにしたい。この活動を取り入れることで，生徒自身の考えた式や図はそれぞれ何を表しているのか，変化する部分はどこなのかを意識して考えるようになる。全体検討のなかで，図の囲み方から数の式を考えて言葉で説明すること，数の式から図に囲みを考えて表現することを交互に行わせることで，変化する部分はどこなのかをより意識させたい。２つの活動によって，その後の活動で統合的にみることができるようになると考える。

「『考えさせる授業』は，生徒の創造性を育むために最適である」と述べている（教科総論，p.5)。考えさせる授業の創造にあたって，米俵の積み上げ方については，石田の実践「『おはじきの数』の問題の分析」（三輪，1992）から引用している。この題材は，「多様な解決方法があるような問題を設定できる題材」（教科総論，p.2）となっている。また，課題の設定にあたって，石田の実践では，４番目のおはじきの総数を求めて１６番目，最後に１００番目のおはじきの総数を求めるという構成になっていた。本時では，指導観で述べたように，５番目の米俵

の総数を求めることとした。また，本時の課題が比例関係にないことを生徒に気づかせるために，１６番目の米俵の総数ではなく，５の倍数である２０番目の米俵の総数を求めることとした。つまり，２０番目の米俵の総数を求めることを本時の課題とし，その手立てとして５番目の米俵の総数を求めさせることとした。

（6）展開

<table>
<tr><th>過程</th><th>指導内容及び学習活動</th><th>予想される生徒の反応</th><th>◇指導上の留意点
◆教科総論とのかかわり</th></tr>
<tr><td>導入
７分</td><td>1.　画像を提示する。
2.　学習課題を把握する。
米俵を下の図のように１番目，２番目，３番目，……と積み上げていく。２０番目の米俵の総数は何俵になるか求めてみよう。

１番目　２番目　３番目
いろいろな考え方で米俵の総数を求めてみよう</td><td>・米俵だ。
・４段だと崩れなさそう。</td><td>◇実際の写真をみることで，米俵の積み方を確認し，学習課題（図）のように本時では崩れないように４段で積み上げていくことを確認する。
◇問題で提示される問題は複数の図形と捉えることができるが，図形の名前を出さずに学習課題を確認することで，本時の目標である「いろいろな方法で米俵の総数を求める」ことにつなげる。
◇米俵の写真を黒板に貼っておくことで，本時の学習課題を捉えやすいようにする。</td></tr>
<tr><td>展開１
３２分

１２分

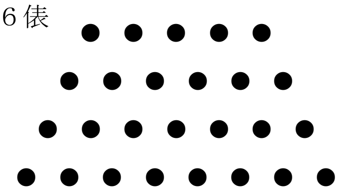
２０分</td><td>3.　学習課題を追究する。
いろいろな考え方で５番目に積み上げた米俵の総数は何俵になるか求めてみよう。また，どの部分に注目して考えたのか書こう。

4.　自力解決する。
◎どの部分に注目して考えたのか，学習シートに図や式にして表すよう机間指導する。</td><td>[予想される生徒の反応を参照]
①　５番目の図を書く。
②　表<table><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>10</td><td>14</td><td>18</td><td>22</td><td>26</td></tr></table>③　段数（１段目の俵数）に注目
$5+6+7+8=26$
$5+(5+1)+(5+2)$
$+(5+3)=26$
④　１番目（１０俵）に加わる米俵の数４俵に注目
$10+\{4\times(5-1)\}=26$
⑤　４俵ずつに三角形（６俵）を加えた部分に注目
Ⅰ．$4\times5+6=26$
Ⅱ．$5\times4+6=26$
⑥　１段目と４段目の和と２段目と３段目の和に注目
$(5+8)\times2=26$
$\{5+(5+3)\}\times2=26$
⑦　台形の上に米俵を置いてできる三角形に注目
$(5+3)\times9\div2-4\times5\div2$
$=26$

・はじめに，５番目の米俵の積み上げ方がどのようになっているのか全体で確認する。</td><td>◆いろいろな考え方で５番目の米俵の総数を求めさせる。また，５番目の米俵の総数の図は学習課題に書かれていないので，実際に図を書いて式と図を対応させて考えることに期待する。
◇机間指導のなかで，計算過程（どの部分に注目して考えたのか）が省略されている生徒に式を書かせる。
◇学習シートに書いたものは消さずに残しておくように伝える。
◇机間指導のなかで，図を書いて数え上げで求めている生徒，表を書いている生徒をみつけておく。

◆５番目の図を書いて考えるなかで「図を読む（辺や段の個数，形などに注目する）」ことに期待する。
◇２０番目の図形では式で考えさせたいので，はじめで数え上げ，表での考えを発表してもらい，２６俵になることを確認する。
◇図と照らし合わせながら，式の説明をさせる。
◇変化した値がどこかわかるように板</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td></td>
<td>5. 全体検討する。
◎発表してもらう生徒に５番目の図の書いた紙を渡し，どのように図を囲んだのか実際に書かせ，同じ考えをしていない生徒を指名してどのような式になるのか発表させる。また，その式があっているのか図を書いた生徒に確認をする。その後，式から取り上げて図を別の生徒に囲んでもらう。その活動を交互に行う。

6. 学習課題を追究する。</td>
<td>① ５番目の図を書く。
２６俵

② 表
<table><tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>10</td><td>14</td><td>18</td><td>22</td><td>26</td></tr></table>③ 段数（１段目の俵数）に注目
$5+6+7+8=26$
$5+(5+1)+(5+2)$
$+(5+3)=26$
④ １番目（１０俵）に加わる米俵の数４俵に注目
$10+\{4\times(5-1)\}=26$
⑤ ４俵ずつに三角形（６俵）を加えた部分に注目
Ⅰ．$4\times5+6=26$
Ⅱ．$5\times4+6=26$
⑥ １段目と４段目の和と２段目と３段目の和に注目
$(5+8)\times2=26$
$\{5+(5+3)\}\times2=26$</td>
<td>書する。
◇③④⑤⑥の順で発表させる。
◇５番目の米俵の総数を求めるときに出てきた式を活用することができるよう，全体検討のときに板書にそれぞれの考えをまとめる。
◆③の段階で，$(5+(5+1)+(5+2)+(5+3)=26)$の式が出てこなければ，④または⑥で１段目の俵数が式に現れるよう，式を考えてから③に戻って式を捉え直す。

◇時間を１分で設定する。
◆変化する部分と変化しない部分がそれぞれの式にあることに気づかせる（５にかかわる部分を変数とみる）。
◆短時間で２０番目の米俵の総数を求められると考える。次の授業で，生徒がそれぞれの式の変化している部分がどこなのか潜在的に理解していたものを言葉の式で表すなかで，顕在化させる。</td>
</tr>
<tr>
<td>展開２８分</td>
<td colspan="3">５番目の米俵の総数を求めるときに考えた式をもとに，２０番目に積み上げた米俵の総数は何俵になるか求めてみよう。</td>
</tr>
<tr>
<td>１分

７分</td>
<td>7. 自力解決する。
◎どの部分に注目して考えたのか，自力解決および全体検討のなかで出てきた考えを用いて計算させる。

全体検討する。</td>
<td>③ 段数（１段目の俵数）に注目
$20+21+22+23=86$
$20+(20+1)+(20+2)$
$+(20+3)=86$
④ １番目（１０俵）に加わる米俵の数４俵に注目
$10+\{4\times(20-1)\}=86$
⑤ ４俵ずつに三角形（６俵）を加えた部分に注目
Ⅰ．$4\times20+6=86$
Ⅱ．$20\times4+6=86$
⑥ １段目と４段目の和と２段目と３段目の和に注目
$(20+23)\times2=86$
$\{20+(20+3)\}\times2=86$
⑦ 台形の上に米俵を置いてできる三角形に注目
$(20+3)\times24\div2$
$-19\times20\div2=86$
・自力解決のなかで，出てきた考えを発表する。
③ 段数（１段目の俵数）に注目
$20+21+22+23=86$
$20+(20+1)+(20+2)$
$+(20+3)=86$
④ １番目（１０俵）に加わる米俵の数４俵に注目
$10+\{4\times(20-1)\}=86$
⑤ ４俵ずつに三角形（６俵）を加</td>
<td>◆比例で考えている生徒がいた場合は，１番目が０でないこと（４の倍数でないこと）から，比例で考えられないことを確認する。
◇変化した値がどこかわかるように板書する。
◇５番目の自力解決で板書した順に確認していく。</td>
</tr>
</table>

		えた部分に注目 Ⅰ．$4\times20+6=86$ Ⅱ．$20\times4+6=86$ ⑥　１段目と４段目の和と２段目と３段目の和に注目 $(20+23)\times2=86$ $\{20+(20+3)\}\times2=86$	
まとめ ３分	8.　学習感想を書く。	・２０番目の米俵の総数を数えて求めるのは大変そうだと思った。 ・１つの式で米俵の総数を表すことはできないのだろうか。	◇学習感想から，気づいたことや疑問に思ったことを第２時の冒頭で触れ，生徒に課題意識をもたせる。 ◇学習感想を評価に生かす。

（７）本時の評価の観点

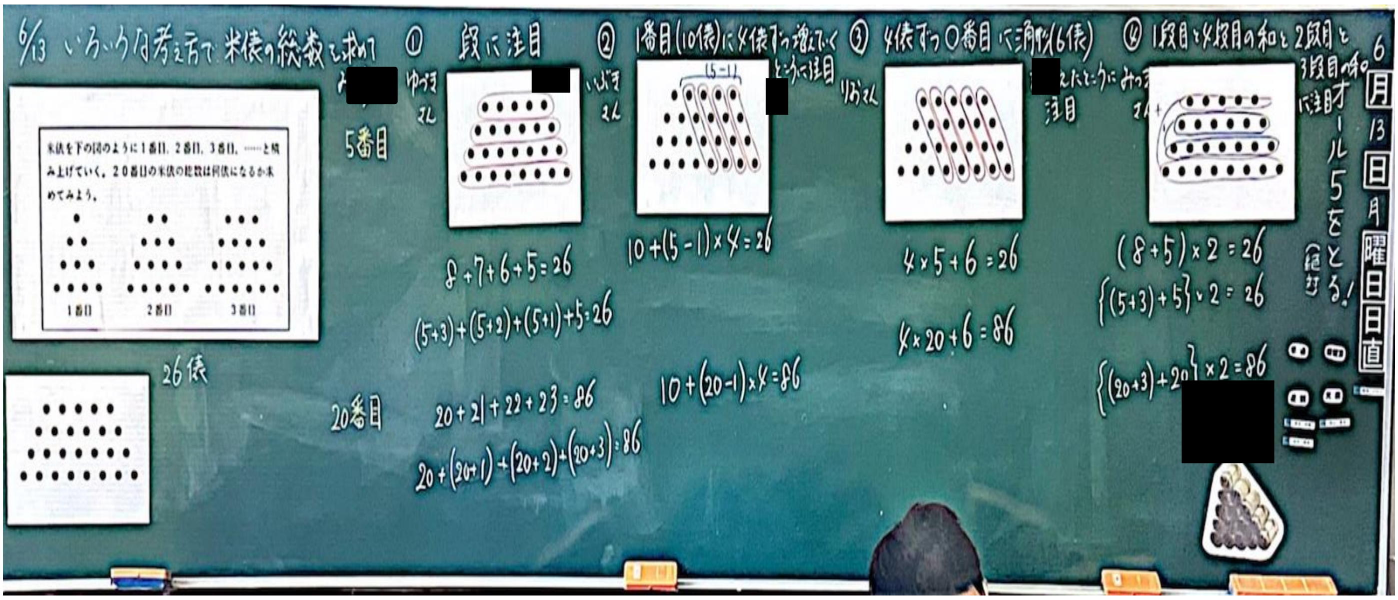
［思考・判断・表現］

・米俵の総数の求め方を考え，式や図を使って説明することができる。

［主体的に学習に取り組む態度］

・米俵の総数の求め方を考えようとしている。

（８）本時の板書



（9）予想される生徒の反応

①　数え上げ（図を書く）　26

②　表を書く（増え方に注目）

1	2	3	4	5
10	14	18	22	26

③　段数（１段目の俵数）に注目
$5+6+7+8=26$
$5+(5+1)+(5+2)+(5+3)=26$

④　１番目（１０俵）に加わる米俵の数４俵に注目
$10+\{4\times(5-1)\}=26$

⑤　４俵ずつに三角形（６俵）を加えた部分（０番目の三角形）に注目
Ⅰ．$4\times5+6=26$
Ⅱ．$5\times4+6=26$

⑥　１段目と４段目の和と２段目と３段目の和（２段目と３段目の間で切り離してできる高さ２の平行四辺形）に注目
$(5+8)\times2=26$
$\{5+(5+3)\}\times2=26$

⑦　台形の上に米俵を置いてできる三角形に注目
$(5+3)\times9\div2-4\times5\div2=26$

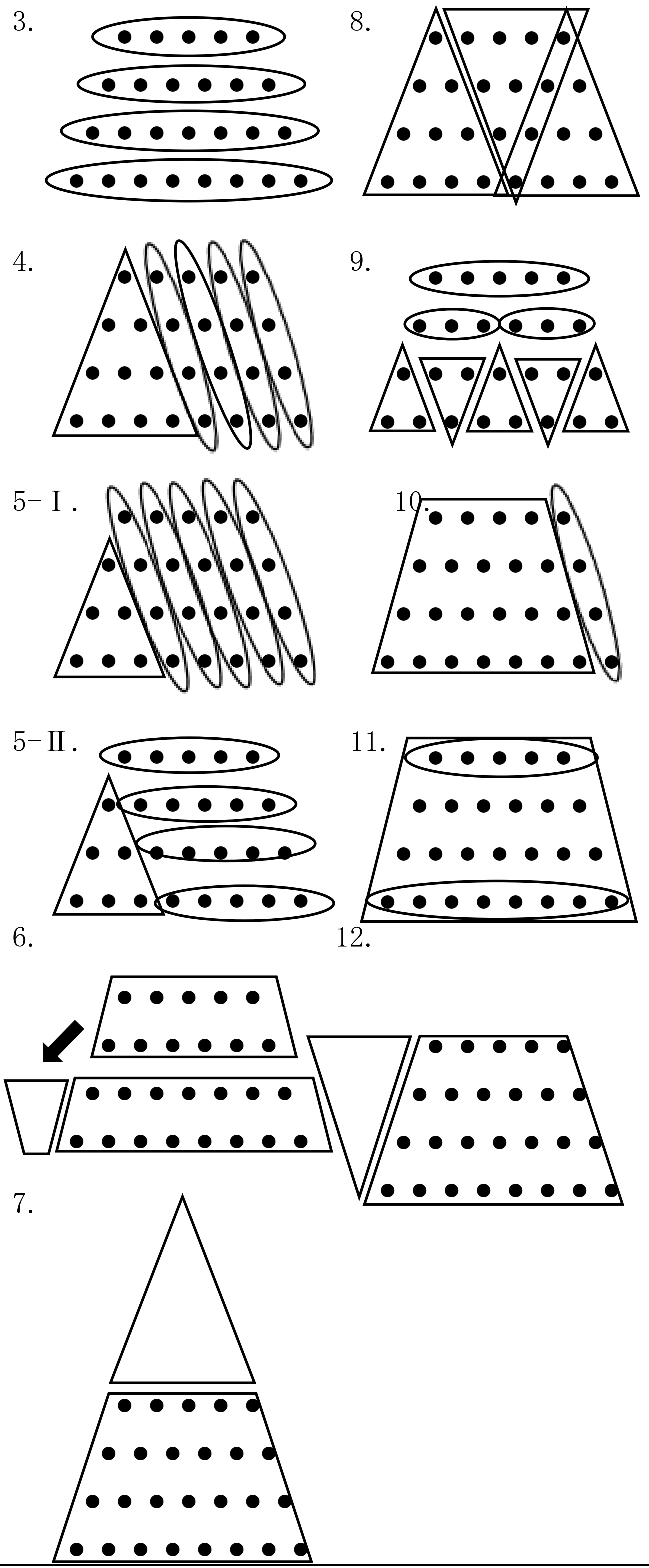
⑧　１番目をもとに重なった部分に注目
$(1+2+3+4)\times3-4=26$

⑨　３つずつ囲む（不規則な囲み方）
$3\times7+5=26$

⑩　増え方に注目（前の番目との差に注目）
$22+4=26$

⑪　１段目の俵数と４段目の俵数（台形）に注目
$(5+8)\times4\div2=26$
$\{5+(5+3)\}\times4\div2=26$

⑫　台形と三角形を用意してできる平行四辺形に注目
$(8\times4)-6=26$
$\{(5+3)\times4\}-6=26$



（１０）　実践を振り返って

生徒の解答を整理すると，本時の解決方法の類型は次の１０個（３３名，計６７個の解決方法）となった。

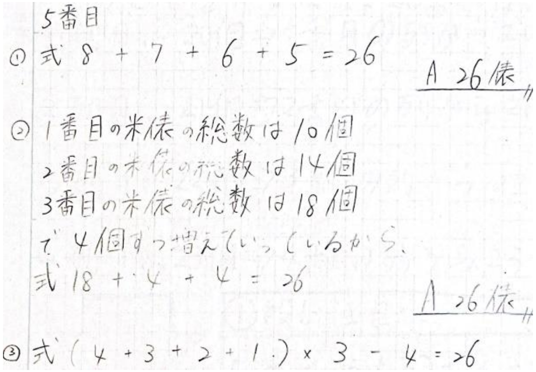
①数え上げ　４名
②表・増え方（矢線図も含む）１３名
③段数（１段目の俵数）　$5+6+7+8=26$　７名
④１番目（１０俵）に加わる米俵の数４俵　$10+\{4\times(5-1)\}=26$　１０名　$10+4\times4=26$　７名
⑤４俵ずつに三角形（６俵）を加えた部分（０番目の三角形）
　$6+4\times5=26$　２名　$4\times5+6=26$　８名　$5\times4+6=26$　２名
⑥１・４段目の和と２・３段目の和　$(5+8)\times2=26$　２名　$\{5+(5+3)\}\times2=26$　３名
⑦台形の上に米俵を置いてできる三角形　$(5+3)\times9\div2-4\times5\div2=26$　２名（計算途中）
⑧1番目の図をもとに重なった部分を引く　$(1+2+3+4)\times3-4=26$　１名
⑨不規則な囲み方　４名

⑩その他（無回答，書いた形跡はあるが分類不能なもの）　２名

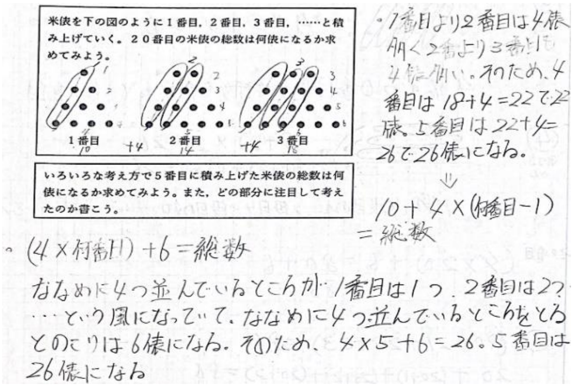
５番目の米俵の総数の求め方について，式，言葉，図を使って解答していた生徒はそれぞれ次のようになった。また，自力解決における生徒の実際や学習感想については，次のようなものがあった。

式のみ	式と図	式と言葉	式と図と言葉	図のみ	図と言葉	無回答
１名	４名	７名	１６名	２名	２名	１名

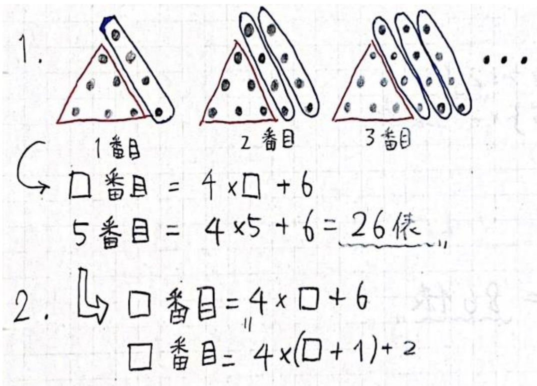
I.　式と言葉　　　　　　解答類型②③⑧



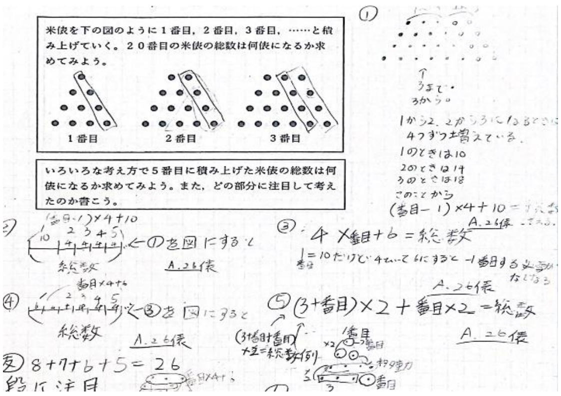
III. 式と図と言葉　　　　　　解答類型④⑤



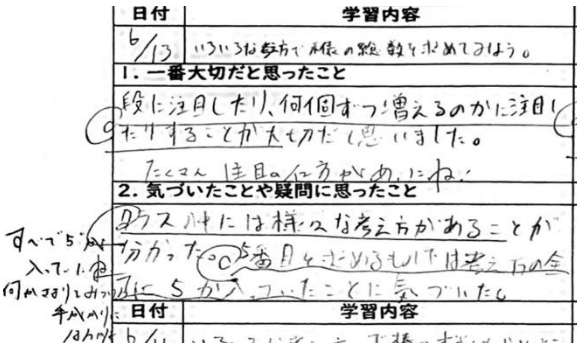
II.　式と図　　　　　　解答類型⑤



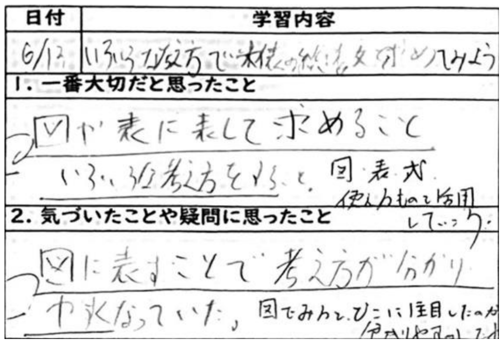
IV.　式と図と言葉　　　　　　解答類型④⑤⑥



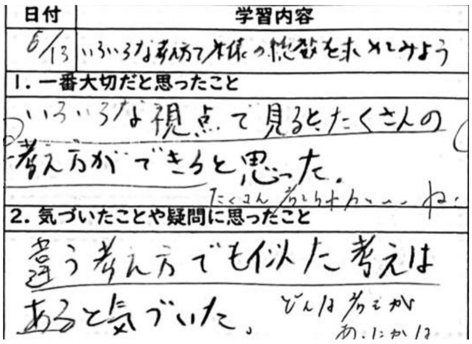
I.　学習感想Ａ　　　擬変数に着目した記述



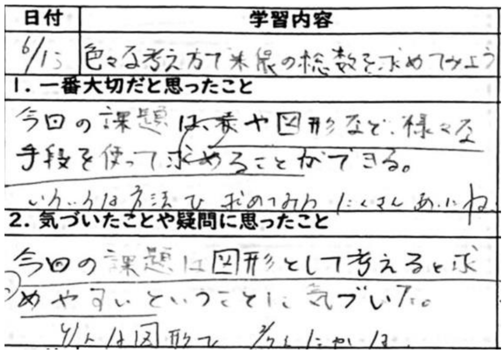
III. 学習感想Ｃ図に表すことに関する記述



II.　学習感想Ｂ多様な解決方法に関する記述



IV.　学習感想Ｄ　新たな見方に関する記述



○成果

本時のねらいである「米俵の総数の求め方を自分なりの方法で考え，式や図を使って説明するこ

とができる。」について，無回答１名を除き，自分なりの方法で米俵の総数を求めることができていた。また，自分なりの方法で考えたものを式や図，言葉のなかから複数のものを用いて説明を考えていた生徒が２９名みられた。無回答だった生徒も，全体検討を通して２０番目の米俵の総数を求めることができていた。以上から，本時のねらいは達成できたといえる。

ただ５番目の米俵の総数を求めるのではなく，いろいろな考え方で５番目の米俵の総数を求める活動について，本時では２１名が複数（最大５つ）の解決方法を考えていた。また，学習感想Ａでは「クラスの中には様々な考え方がある」という多様な解決方法によさを感じている記述や学習感想Ｂでは「違う考え方でも似た考えはある」という多様な解決方法を統合できることに気づいている記述がみられた。以上から，「いろいろな考え方」という言葉を取り入れたことで，この題材のよさの１つである多様な解決方法があることが生かされ，考えさせる授業の題材としてふさわしい題材になったといえる。

生徒がどの部分に注目して考えたのかドットに表した図を書いて囲みをして示したり，数の式を用いて表したり，言葉を用いて説明したりする活動について，学習感想Ｃでは「図に表すことで考え方が分かりやすくなっていた」という記述がみられた。これは全体検討のなかで，数の式を図で考えて表現することのよさを感じたと考えられる。また，学習感想Ｄのように自力解決時に考えていなかった新たな解決方法によさを感じている記述がみられた。以上から，式や図はそれぞれ何を表しているのか，変化する部分はどこなのかを意識させることができたと考える。

次に，解答類型の分析および考察を行う。解答類型①のように実際に５番目の米俵の総数を図に書いて数え上げる生徒が４名，解答類型②のように増え方に注目して表や矢線図で解決を試みる生徒が１３名みられた。このことから，学習課題に書かれている３番目の次である４番目の米俵の総数ではなく５番目の米俵の総数を求めさせたことによって，実際に図を書くよりもきまりをみつけようとした生徒が多くなったと考えられる。また，解答類型④の１７名のうち，擬変数を用いて式を表現していた生徒が１０名みられた。擬変数を用いた式の出現率は低いとされている。出現しにくい理由について，藤井他（2018）は次のように述べている。

「擬変数はなぜ式表現の中に出現しにくいのか。原因は単純である。擬変数は表現としては数字なので，自然に計算の対象となり，処理されてしまうからである。は$8-1$は７となり，$8+1$は９と表現され，擬変数８は姿を消してしまうのである。」（藤井他，2018）

出現率が低いとされている擬変数を用いた式が１０名もみられたのは，４番目の米俵の総数ではなく，５番目の米俵の総数を求めさせたことが要因の１つであると考える。５番目の米俵の総数を求めさせたのは，米俵の段数を表す４と区別することが目的だったが，$3=4-1$になることから，４番目で行うと生徒が米俵の段数と区別するために３と書くことが考えられる。同様に，$4=5-1$になることから，５番目で行うと生徒が段数と区別するために$5-1$と書いたと考えられる。学習感想Ａでは「５番目を求めるものでは，考え方の全てに５が入っていたことに気づいた」という記述がみられた。この記述から，全体検討のなかで出てきた式を擬変数を用いた式で捉え直したことによって，擬変数を生徒に意識させることができたと考える。以上から，４番目の米俵の総数ではなく，５番目の米俵の総数を求めさせることは，擬変数を用いて式を表現させるのに有効であるといえる。また，５という数字が何を表しているのか（５番目の５ではなく，１段目の俵数の５俵であること）を全体検討のなかで確認することで，どこが変化している部分なのかが視覚化された式で捉え直すことができ，次の授業の内容につながっていた。

〇課題

本時のねらいである「米俵の総数の求め方を自分なりの方法で考え，式や図を使って説明することができる。」について，無回答の生徒が１名みられた。その生徒は，自力解決のなかで図に書き込む様子がみられたが，書き込んだものを最終的に消してしまっていたことから，机間指導のなかで学習シートに書いたものは消さずに残しておく指導が十分でなかったと考える。また，式や図のみで考えていた生徒が３名みられたことから，生徒自身が考えた解決方法を別のもので表現できないのか教師側からの働きかけを行う必要があったと考える。

全体検討において，解答類型④や⑤の注目した部分を言葉にすることが困難だったので，教師側が言語化を支援する必要があったと考える。また，解答類型⑤では，数の式と図の囲みがつながっていないものがあった（$(4\times5)+6=26$ と $6+(4\times5)=26$ との違い）。数の式と図の囲みを交互に考える活動をより生かすために第２時で確認するのではなく，第１時のなかで確認して図を捉え直す必要があったと考える。解答類型⑥の扱い方について，本時では図の囲みを示して数の式を考えさせ，図の囲みを示した本人と式が別であることを確認して終えた。このときに，図の囲みを示した生徒が面積で考えていることを視覚化させるために，教師が図に囲みから考えられる図形を黒板に書いて共有することで，新たな見方を生徒に気づかせる必要があったと考える。

（１１）　事前研究会を終えて

考えさせる授業の創造にあたって，多様な解決方法を意識させるために，本時の課題に「いろいろな考え方」という言葉を取り入れた。しかし，本時のねらいが「米俵の総数の求め方を自分なりの方法で考え，式や図を使って説明することができる。」であったことから，本時の課題は「いろいろな考え方で米俵の総数を求めてみよう」よりも「米俵の総数を工夫して求めてみよう」のほうが有効であったと考える。課題に即した活動として，工夫して求める活動を取り入れることによって，より多くの生徒が自分なりの方法で考えたものを式や図，言葉のなかから複数のものを用いて説明することができるようになったり，生徒がどの部分に注目して考えたのか自力解決の場面でドットに表した図を書いて囲むことや式を分解することができたりすると考える。言い換えれば，自力解決の場面でより擬変数を意識させることができる。このことから，課題を変更することによって，自力解決の場面では「作業」を通して工夫して考えさせ，全体検討の場面で多様な解決方法のよさを感じられるようにすることで，ねらいを達成するためにより有効な活動になると考える。

（１２）　参考文献

藤井斉亮他（2021），新しい数学１，東京書籍.

藤井斉亮・成田慎之介・清野辰彦（2018），数学的問題解決における日米共通調査再考―「マッチ棒の問題」の解決における式表現と擬変数に焦点を当てて―，日本数学教育学会誌 100(10)，2-15.

三輪辰郎他（1992），日本とアメリカの数学的問題解決の指導，東洋館出版社.

清水宏幸（2011），数学言語を使いこなせ!「文字式」に強くなる!!，明治図書.

【実践事例②】R4 中等教育研究会

第３学年数学科学習指導案

山梨大学教育学部附属中学校
指導者　　　荻原　　　崇

１．単元名　「関数 $y=ax^2$」

２．単元について

（１）生徒観

第１学年では，比例，反比例を学習し，第２学年では，１次関数を学習している。いずれにおいても関数関係に着目し，その特徴を表，式，グラフを相互に関連付けて考察する力を漸次高めてきている。

第３学年では，この学習の上に立って，具体的な事象における二つの数量の変化や対応を調べることを通して，関数 $y=ax^2$ について考察する。その際，表，式，グラフを相互に関連づけながら，変化の割合やグラフの特徴など関数の理解を一層深める。そして，これらの学習を通して，関数関係に着目し，その特徴を表，式，グラフを相互に関連付けて考察することができるようにする。

また，日常の事象や社会の事象には既習の関数では捉えられない関数関係があることを学習することにより，関数の概念の広がりを実感できるようにし，中学校における関数についての学習内容を一層豊かにするとともに，後の学習の素地となるようにする。

（２）教材観

関数　$y=ax^2$ の学習は，３年で学習する多項式，平方根，２次方程式，三平方の定理とともに，２次で表すことのできる事象についての探究活動の１つとして位置づけることができる。また，自然事象や社会現象などの考察においては，その事象の中に潜む関係や法則を捉え，数学的に考察し処理することが有効であるが，それらの関係や法則は変化の割合が一定のもの(１次関数)ばかりでなく，むしろ変化の割合が一定でないと捉えた方が，より実際に即している場合が多い。とりわけ今回扱う関数　$y=ax^2$ は，物体の等加速度運動を表す式であり，生徒にとって身近な現実の事象が多く見つかる教材となっている。本単元でデータやグラフを丁寧に扱うことによって，高等学校での微分・積分の学習の素地を築くことができると考えられる。

（３）指導観

本単元では，義務教育における関数指導の総まとめの内容として，関数 $y=ax^2$ を扱う。変化の割合が一定ではない関数 $y=ax^2$ の変化のようすを，１次関数の変化のようすと対比させて扱うことで，１次関数の理解も深められるようにしている。既習の関数の特徴や性質を調べる方法を使って，新しい関数を考察することで，変化の割合が一定でない事象や配送料と重さの関係のような離散的な事象など未知の関数に出会った際に，生徒自ら探究できるようになることを意図している。

このことを踏まえて，既習事項との関連について，次のことに留意して指導していく。

①　xに比例する関数$y=ax$ ，$\frac{1}{x}$ に比例する関数 $y=\frac{a}{x}$ の延長として，xの２乗に比例する関数 $y=ax^2$ を扱う。

②　１次関数$y=ax+b$に続く，２次関数$y=ax^2+bx+c$ が考えられるが，中学校では，その特別な形であり，基本となる $y=ax^2$ を扱う。

３．単元の目標

（１）関数　$y=ax^2$ についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに，事象を数学化したり，数学的に表現・解釈したり，数学的に表現・処理したりする技能を身に付ける。【知識・技能】

（２）関数関係に着目し，その特徴を表，式，グラフを相互に関連付けて考察することができる。【思考・判断・表現】

（３）数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え，数学を生活や学習に生かそうとする態度，問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度，多様な考えを認め，よりよく問題解決しようとする態度を身に付ける。

【主体的に学習に取り組む態度】

４．単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①関数 $y=ax^2$について理解している。 ②事象の中には関数$y=ax^2$として捉えられるものがあることを知っている。 ③関数$y=ax^2$を表，式，グラフを用いて表現したり，処理したりすることができる。 ④いろいろな事象の中に，関数関係があることを理解している。	①関数 $y=ax^2$として捉えられる２ つの数量について，変化や対応 の特徴を見いだし，表，式，グラフを相互に関連付けて考察し表現することができる。 ②関数 $y=ax^2$ を用いて具体的な事象を捉え考察し表現することができる。	①関数 $y=ax^2$ のよさを実感して粘り強く考え，関数 $y=ax^2$ について学んだことを生活や学習に生かそうとしたり，関数 $y=ax^2$ を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしたりしている。

５．指導と評価の計画（全１６時間）
本単元　「関数$y=ax^2$」を内容のまとまりである３つの小単元と単元のまとめで構成し，それぞれの授業時間数を次のように定めた。

小単元等	授業時間数	
１．関数 $y=ax^2$	２時間	１６時間
２.関数 $y=ax^2$ の性質と調べ方	７時間	
３．いろいろな関数の利用	６時間	
単元のまとめ	１時間	

各授業時間の指導のねらい・生徒の学習活動及び重点，評価方法等は次の表のとおりである。本研究に関わりのある小単元１について示す。

【小単元１】　※黒枠が本提案の授業

時間	ねらい・学習活動	重点	記録	備考
1	・実験結果から自由落下の特徴を捉え，落下し始めてからの経過時間にともなう落下距離の変化のようすを見いだすことができる。 ・自由落下において，表やグラフをもとに落下距離の変化のようすを調べようとする態度や，問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を養う。	思 態	○ ○	思①:学習シート 行動観察 態①：行動観察 学習感想
2	・関数 $y=ax^2$ の意味を理解し，$y=ax^2$ の式に表すことができる。	知	○	知①②:学習シート 行動観察

６．本提案の授業
（１）日　時：令和４年９月２１日（水）第４校時　１１：５０～１２：４０
（２）場　所：山梨大学教育学部附属中学校　第１コンピューター室
（３）題材名：「おもりの自由落下について調べ，速さの変化のようすをとらえよう」
（４）今回の学習で育てたい資質・能力：
　・実験結果から自由落下の特徴を捉え，落下し始めてからの経過時間にともなう落下距離の変化のようすを見いだすことができる。　【思考・判断・表現】

・自由落下において，表やグラフをもとに落下距離の変化のようすを進んで調べようとする態度や，問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を養う。【主体的に学習に取り組む態度】

（５）資質・能力を見取るための工夫

【思考・判断・表現】について

・授業では，自力解決のようすや全体での発表の内容から見とる。
・自力解決のようすや発表の中で見とれなかった生徒は，授業後に学習シートの記述の内容で見とる。

【主体的に学習に取り組む態度】について

・授業では，最後まであきらめずに課題に取り組んでいるか，生徒の行動を観察する。
・本時の活動について評価・改善しているかについては，授業後に学習感想の中で見とる。

（６）評価の観点

	A の例	B の姿	C の生徒への手立て
思考・判断・表現	・落下し始めてからの経過時間にともなう落下距離の変化のようすについて，実験結果をもとに表やグラフの概形を用いて調べ，式に表している。	・落下し始めてからの経過時間にともなう落下距離の変化のようすについて，実験結果をもとに表やグラフの概形を用いて調べている。	・実験から得られたデータを概数にし，倍の見方や差の見方ができないか問う。
主体的に学習に取り組む態度	・作業に粘り強く取り組み，実験結果をもとに，落下し始めてからの経過時間と落下距離の関係を考え，友達の発表を聞く中で，気づいたことや修正点を記録している。 ・問題解決の過程や結果を振り返って適切に評価し，改善しようとしている。(具体的に新たな視点などが書かれている)	・作業に粘り強く取り組み，実験結果をもとに，落下し始めてからの経過時間と落下距離にはどのような関係があるのかを考えている。 ・問題解決の過程を振り返って，自身の考えを検討しようとしている。 （学習を調整しようという気持ちが書かれている）	・机間巡視し，考えに行き詰まっているようであれば周りの生徒と情報交換をするように促す。 ・A 評価の学習感想を次の時間の始めに示し，どのような振り返りが必要か理解する機会を設ける。

（７）本時の学習意図

①全体研究との関わり

全体研究では「創造性」を「自ら課題を見いだし，これまでに学んだことや新たな知，技術革新を結びつけることで解決して，新たな価値を創り出すための資質・能力（思考力・判断力・表現力等)」と定義づけている。本単元は，変化の割合が一定ではない関数 $y=ax^2$ の変化のようすを，１次関数の変化のようすと対比させて扱うことで，１次関数の理解も深められるようにしながら，これまで学習した関数とは異なる特徴があることを見いだし，新しい関数の概念を身につけていく学習である。このように，創造性として定義された資質・能力を育む内容となっている。本時ではおもりの自由落下の実験から，実験によって得られたデータをもとに落下し始めてからの経過時間と落下距離の関係について考察する活動を行う。そのためにはデータの正確性が重要である。正確にデータをとるための工夫について生徒と確認し，一緒に実験することを通して現実事象を数学化するための方略について検討・実践していく。さらに得られたデータは生徒にとって未知の「２乗に比例する関数」という関数関係をも

っている。このデータから全く未知の「２乗に比例する関数」という関係を導くことは生徒にとって容易ではないことが予想される。表の値から比例関係や変化の割合を読み取ろうとしたり，式をつくろうとしたり，グラフの概形から既知の関数との違いについて考察したりするであろう。この中でプロセスモデルのサイクル「遂行→ふり返り→方略調整→遂行･･･」を生徒は回していくと考えられる。最後に「ふり返り」として学習感想を書くことで，次時以降への新たな目標設定等や「２乗に比例する関数」への概念形成に繋げさせたい。このように試行錯誤することを通して，自ら「２乗に比例する関数」という新たな関数に対する概念（価値）を創り出していく。

②本校数学科で目指す「考えさせる授業」との関連

今回の学習は，本校数学科として特に育みたい「創造性」のうち，「①日常生活や社会の問題を数理的にとらえることについて，事象の数量等に着目して数学的な問題を見いだす力や，事象の特徴をとらえて数学的な表現を用いて表現する力（事象を数学化する力)」の育成を目指したものである。「落ちているものはだんだん速くなる」という感覚は，生徒は今までの経験からもっていると思われる。その感覚と，既習の関数との違いに気づき，くわしく調べていくといった部分に，自ら数学的な問題を見いだし，考えたくなる要素があると考える。また，記録タイマーでの実験・考察によって，経過時間にともなって落下距離や速さが変化するようすについて見いだしていく活動は，本校数学科が重視する「作業」といえるものであり，この「作業」を通じて，「考えさせる授業」づくりを行い，生徒の創造性を育んでいく。

（８）生徒の実態

１年生から本学年の数学の授業を担当している。これまで，ペアやグループで活動する時間を頻繁に設定し，自分の考えを説明したり，友達の考えを聞いて理解しようとしたりする力の育成を目指してきた。今回授業を行う３年２組（男子１８名，女子１７名）の生徒たちも同様である。ただ，ペアやグループの活動は活発に行うものの，全体での共有場面では，誤答を恐れてか，自発的に挙手できない傾向がある。本単元に入る前までに，多項式，平方根，２次方程式の学習において，２次で表すことのできる問題や事象に触れてきた。直前の単元である２次方程式では，既習の連立方程式や１次関数の学習を関連させて，表から座標軸に点をプロットし，２次関数のグラフを考え，解が２つまたは１つ得られる場合，及び解を持たない場合の理由を確認した。ここで一度，放物線については触れている。

（９）展開

過程	指導内容及び学習活動	予想される生徒の反応	指導上の留意点
導入 ２０分	1．問題を設定する。（７分） 目標設定 ・ゲームの中でキャラクターが落下する様子を見せ，キャラクターの動きで，現実の世界では不自然な点を考える。	☆実際は加速するはずなのに，同じ速さで落ちていっているように見える。 ☆かなり高いところから落下 しているのに，地面に着地できている。 ☆とても長い時間落下しているのに，地面に着地できている。 ・帽子が飛んでいかな	・PC，テレビ，記録タイマーセット，記録テープ，タグのついたおもり，ガムテープ，はさみ，１ｍ定規，数学科学習シートを準備しておく。 ・初速０cm/s で真下に落ちていることを確認させる。(下向きの力は加わっていない) ・生徒はこれまでの経

	・落下し始めてからの経過時間にともなって落下距離が決まる。現実世界では，落下し始めてからの経過時間にともなって落下距離はどのように変化しているのだろうか。 <u>２．モデル化した実験を行う。</u>（１３分） 目標設定・方略計画 ・キャラクターをおもりに置き換えて落とす実験を行い，現実世界では落下し始めてからの経過時間にともなって落下距離はどのように変化しているのかを考えていく。 ・おもりの落下のようすについて，代表の生徒と一緒に全体の前で実験を行う。生徒には，記録テープが真上に引っ張れているかを確認させ，タイマーのスイッチを入れさせる。また，生徒と一緒に落下し始めてから５打点ごとの長さ読み取り，結果をスプレッドシートに入力する。 ・よいデータが取れなかった場合は２回目，３回目の測定を行う。 【理想値】	い。 →空気抵抗がない。 ・落ちながらコインを取っている。	験から，自由落下は等速運動ではないことがわかっていると考える。 ・落下し始めてからの経過時間と落下距離の間には関数関係がありそうだということを確認する。 〈実験の留意点〉 より正確なデータを得るために，次のことに留意する。 ・記録タイマーが真っ直ぐに取り付けられているか確認をする。 ・おもりにタグをつけて中心に折り目をつけ，記録テープの中心にも折り目をつけてガムテープで取り付ける。 ・机の上に立って，記録テープの端を持って真上に伸ばし，位置を調整する。この状態で記録テープの上部を切る。 ・切る直前にスイッチを入れる。 ・記録タイマーの周期は 20/16.67ms である。0.02 秒で１打点であるが，落下距離が小さすぎると時間の２乗に比例することが読み取りづらいため，<u>０．１秒で５打点として記録させる。</u> ・初めの打点を０打点目として５打点を数え，次は５打点目を０打点目として次の５打点を数える。 ・結果を集計するためのスプレッドシートを投稿する。

落下し始めてからの経過時間(秒)	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	…
落下距離（cm）	0	4.9	19.6	44.1	78.4	122.5	…

	時間にともなって，落下距離が増えていくようすをくわしく調べてみよう。		・ロイロノートで数学科学習シートを配付する。
展開 ２ ５ 分	３．落下距離が増えていくようすを表やグラフをもとにくわしく調べる。　（２０分）　遂行 ４．調べて気づいたことを発表する。（５分） 遂行	表 〈倍の見方〉 落下し始めてからの経過時間が２倍，３倍・・・になると，落下距離（概数）が４倍，９倍・・・になる。 〈縦の見方〉 落下距離を，落下し始めてからの経過時間で割った時，その値は落下し始めてからの経過時間に比例している。 〈落下距離の差の見方〉 0.1 秒ごとの落下距離の差が９．８ずつ増えている。 →0.1 秒ごとの落下距離を読み取り，それぞれの速さ（変化の割合＝平均の速さ）を求めて表に書き込んだり，グラフに表したりしている。 〈落下距離の差の差の見方〉 落下距離の差の差は一定（9.8）である。 グラフ 〈概形についての見方〉 落下し始めてからの経過時間にともなって，そのグラフは原点を通る，右上がりの曲線になる。 〈落下距離の差の見方〉 0.1 秒ごとの落下距離の増加量を，グラフを区切って表すと，9.8 ずつ増えている。 〈平均の速さ〉 原点と 0.5 秒経過した時の点を直線でつなぎ，	評価：【思①】【態①】

		平均の速さを考えている。 $\boxed{式}$ 落下距離が落下し始めてからの経過時間の２乗に比例していることから, $y = 4.9x^2$を導き出している。	
まとめ５分	５．わかったことや疑問に思ったこと，調べてみたいことを学習感想に書く。 振り返り		評価：【思①】【態①】 わかったこと, 大事だと思ったこと, 考えたいこと, 不思議に思ったことなどを書かせる。

７．成果と課題

〇成果

・導入場面では, 生徒たちはテレビゲームのキャラクターが落下する様子に違和感を持ち, キャラクターが落下する様子と現実世界で物体が自由落下運動をするのを見た経験とを比較できていた。多くの生徒にとって，既有の知識や経験を結びつけ，その意味を改めて問う学習になっていたと考える。

・テレビゲームの内容が強い印象として残ってしまうことを心配していたが，学習感想を見ると， ほとんどの生徒はいつまでもテレビゲームに興味をひかれることなく，こちらが意図していた問題場面に引き込むことができていたことがわかった。

・学習感想を見ると，この題材に隠れている速さの変化のしくみを，数学を使って説明できそうだと気づいている記述が見られた。このような生徒は問題発見できていたと考える。

・実際に生徒の前で動きを見せ，生のデータで２乗に比例する関数について考えることができた。

・実験から得たデータの見方の累計は下の【表１】の通りだった。生徒は，様々な見方・考え方を働かせていたことがわかった。また，このような多くの見方をしていることや学習感想, 授業中の作業の様子から, 多くの生徒にとって没頭できる課題になっていたことがわかる。

【表１】

表					グラフ			式
変化（倍）の見方	対応（縦）の見方	落下距離の変化（差）の見方	落下距離変化（差の差）の見方	その他	概形としての見方	落下距離の差の見方	落下し始めてからその時間までの平均の速さの見方	
９名	５名	９名	９名	２名	７名	１名	０名	４名

・【表１】の中で複数の見方ができている生徒は１２名いることがわかった。そこで，下の【変更後の評価規準】の「思考・判断・表現」のように，式に表せることではなく，複数の見方をしたことをＡの評価にすると適切だったのではないかと考える。

【最初に設定していた評価規準】

	Aの例	Bの姿	Cの生徒への手立て
思考・判断・表現	・落下し始めてからの経過時間にともなう落下距離の変化のようすについて，実験結果をもとに表やグラフの概形を用いて調べ，式に表している。4名	・落下し始めてからの経過時間にともなう落下距離の変化のようすについて，実験結果をもとに表やグラフの概形を用いて調べている。 31名	・実験から得られたデータを概数にし，倍の見方や差の見方ができないか問う。 0名
主体的に学習に取り組む態度	・作業に粘り強く取り組み，実験結果をもとに，落下し始めてからの経過時間と落下距離の関係を考え，友達の発表を聞く中で，気づいたことや修正点を記録している。 20名 ・問題解決の過程や結果を振り返って適切に評価し，改善しようとしている。（具体的に新たな視点などが書かれている）	・作業に粘り強く取り組み，実験結果をもとに，落下し始めてからの経過時間と落下距離にはどのような関係があるのかを考えている。 ・問題解決の過程を振り返って，自身の考えを検討しようとしている。（学習を調整しようという気持ちが書かれている） 14名	・机間巡視し，考えに行き詰まっているようであれば周りの生徒と情報交換をするように促す。 ・A 評価の学習感想を次の時間の始めに示し，どのような振り返りが必要か理解する機会を設ける。1名

【変更後の評価規準】

	Aの例	Bの姿	Cの生徒への手立て
思考・判断・表現	・落下し始めてからの経過時間にともなう落下距離の変化のようすについて，実験結果をもとに表やグラフの概形を用いて複数の見方で調べている。 12名	・落下し始めてからの経過時間にともなう落下距離の変化のようすについて，実験結果をもとに表やグラフの概形を用いて1つの見方で調べている。 23名	・実験から得られたデータを概数にし，倍の見方や差の見方ができないか問う。 0名
主体的に学習に取り組む態度	・作業に粘り強く取り組み，実験結果をもとに，落下し始めてからの経過時間と落下距離の関係を考え，友達の発表を聞く中で，気づいたことや修正点を記録している。 20名 ・問題解決の過程や結果を振り返って適切に評価し，改善しようとしている。（具体的に新たな視点などが書かれている）	・作業に粘り強く取り組み，実験結果をもとに，落下し始めてからの経過時間と落下距離にはどのような関係があるのかを考えている。 ・問題解決の過程を振り返って，自身の考えを検討しようとしている。（学習を調整しようという気持ちが書かれている） 14名	・机間巡視し，考えに行き詰まっているようであれば周りの生徒と情報交換をするように促す。 ・A 評価の学習感想を次の時間の始めに示し，どのような振り返りが必要か理解する機会を設ける。1名

・主体的に学習に取り組む態度がＣの評価になる生徒に対し，その後の授業でＡの生徒の学習感想を紹介するという手立てを行ったことで，学習感想の内容に改善が見られた。
・その後の授業では，一般式やグラフの導入，値の変化や平均の速さを考えさせる授業において，自由落下運動をふり返りながら行うことができた。また，導入で日常生活の問題を取り上げることで，後半のパラボラアンテナ，ブレーキ痕，振り子などを考えるとき，日常の事象と$y=ax^2$の学習内容を抵抗なく結びつけていくことができた。

◯課題
・現実世界の自由落下運動では物体は加速していくことを，どのくらいの生徒が知っていたのか把握できていなかった。そのため，テレビゲームのキャラクターが落下する様子に違和感を感じられていなかった生徒が，もしかしたらいたかもしれない。
・自由落下運動では，何度落下させても，落下し始めてからの経過時間に対する落下距離は毎回同じになることの確認があまかった。2時間構成にし，もっと多くのデータをとることで，落下し始めてからの経過時間と落下距離には関数関係があることに気づかせるとよかった。
・ジェットコースターでは，斜面を上る様子を見せて，１次関数と関数 $y=ax^2$の対比ができるが，おもりの自由落下運動では等速直線運動を見せることができない。自由落下運動では落下距離の変化の差を見ると１次関数が出てくるので，そこで１次関数を振り返って比較ができるが，運動の様子自体を比較できないという難点がある。中等教育研究会では，導入においてテレビゲームのキャラクターが一定の間隔でコインを手に入れていることから１次関数を振り返り，現実世界での自由落下運動につなげていくとよいのではないかというご意見をいただいた。コインを手に入れる音も一定の間隔で鳴っていたため，たしかにそのような流れであれば，現実世界の自由落下と比べて不自然な点を浮き彫りにしやすいと感じた。
・始めから生のデータを扱ったので，概数を使わなかった生徒は数値によって複雑さを感じていた。
・斜面を転がす題材では角度を調整することで比例定数を変化させることができるが，自由落下運動では 4.9 で固定されてしまう。ただ，正確な値に近いデータがとれた場合は，４．９を５と見るといったように，概数で考えると生徒が考えやすい数値になるのはメリットとも言える。
・0.1 秒ごとのデータなので，扱いづらかった。１秒ごとにするのに，単純に１０倍すればよいと考える生徒もいた。
・問題解決型の授業であることを重視する課題としては弱かったため，今後検討していく必要がある。
・「差が１次関数的に増加する」「差の差が一定になる」等の内容を，その後の授業でどのように活用していくのかを考えていきたい。

【参考・引用文献】
・「数学教育」編集部編(2021)『中学校数学 新 3 観点の学習評価完全ガイドブック』明治図書
・文部科学省国立教育政策研究所「『指導と評価の一体化』のための学習評価に関する参考資料 中学校 数学」東洋館出版社
・文部科学省『中学校学習指導要領(平成 29 年告示)解説 数学編』日本文教出版
・『新しい数学 2 教師用指導書』東京書籍
・小野健太郎『オーセンティックな算数の学び』東洋館出版社

６　本年度の研究のまとめと次年度の研究に向けて

本年度は主に前述の創造性①と②の育成を目指して研究を進めた。本年度の研究を通して、創造性①と②を育むためには、解決すべき課題の設定が重要であり、その課題に対する教材研究が必須であった。これは「考えさせる授業」の実践に対しても同様である。授業実践を通して、生徒自身が必要を感じ，自らの課題として新しいことを考え出すよう課題を設定することの大切さを改めて感じている。青柳・荻原両名による実践においても、生徒が取り組む課題を検討することに多くの時間を必要とし、事前および事後研究会においてもやはり課題設定についての意見交換が主となった。問題解決型の授業を行う上ではまず生徒が考えたくなるような求答問題を設定し、その値を求める過程を複数考えたり、過程をふり返って構造を解き明かしたりすることが大切である。両実践でも生徒は課題に没頭している様子があったが、よりよい課題とする余地があるとわかった。また、その課題の数学的な価値を吟味し、教材研究を入念に行っておくこと、評価規準を生徒の実態に合わせて設定しておくことも重要であると実感した。来年度も引き続き課題設定を工夫し、「考えさせる授業」の実践することで創造性を育んでいきたい。

また、創造性を育むことができたかどうかを考察するための一つの材料として、生徒に対してアンケートを実施した。これまでに述べた通り、創造性とは数学的な見方や考え方であると考え、『数学の学習で印象に残っている「数学的な見方・考え方」を働かせた場面を具体的に教えてください。』という問いで１・２年生を対象に行った。その結果、本年度重点的に研究を行った①②の場面で約４０％の生徒が数学的な見方・考え方を働かせたと回答していた。③④⑤の場面について回答した生徒は約１０％であった。残りの生徒は問題解決の場面で複数の解決方法を用いたり、数学的な説明を行ったりする際に働かせたという回答をしていた。このことから、本年度の研究は生徒の①②の場面における創造性を育むことについて一定の成果があったのではないかと考える。

次年度は引き続き、生徒の創造性を育むために有効な手立てについての探究を進める。その中で、主に前述の創造性③と④の育成を目指して研究を進めることから、生徒自身が課題解決の過程や結果をふり返り、新たな数学的な価値を見いだすことができるような課題について検討していきたい。

《参考・引用文献 等》

○ 半田　進編著(1995)『考えさせる授業　算数・数学　実践編』東京書籍
○ 松原元一編著(1987)『考えさせる授業　算数・数学』東京書籍
○ 松原元一(1990)『数学的な見方考え方　子どもはどのように考えるか』国土社
○ 中島健三(1981)『算数・数学教育と数学的な考え方』金子書房
○ 杉山吉茂(2012)『確かな算数・数学教育をもとめて』東洋館出版社
○ 岩手県立総合教育センター教育研究（2000)，創造的に考える力を育てる算数・数学科の学習指導に関する研究－自らの課題を追究する活動をとおして－（第２報）
○ 中央教育審議会初等中等教育課程部会算数・数学ワーキンググループ(平成 28 年 5 月)

「配布資料」
○ 中学校学習指導要領解説数学編　文部科学省　平成 29 年 7 月
○ 山梨大学教育人間科学部附属中学校（2005～2015），研究紀要
○ 山梨大学教育学部附属中学校（2016～2019），研究紀要
○ 文部科学省国立教育政策研究所教育課程研究センター「『指導と評価の一体化』のための学習評価に関する参考資料　中学校数学」