

1. 単元名 「平方根」

2. 単元について

小学校では、第4学年までに整数についての四則計算の意味や四則計算に関して成り立つ性質などを学習している。そして、第5、6学年でこれまで学習してきた四則計算や計算法則が、少数や分数の計算でも成り立つことを調べ、数についての感覚や見方を広げ、定着と活用を図っている。

中学校第1学年では、取り扱う数の範囲を負の数まで拡張し、正の数と負の数の必要性和意味を理解し、その四則計算について学習している。また、正の数と負の数をを用いて表したり処理したりすることを通して、具体的な場面で活用できるようになっている。また、文字を用いて数量や数量の関係及び法則などを式に表現したり式の意味を読み取ったりすること、文字を用いた式が数と同じように操作できることなどを学習している。

第2学年では、式の計算や方程式、関数、確率などについての学習を通して、数についての理解を一層深めている。

第3学年では、数の範囲を無理数にまで拡張し、新しい数として平方根を導入した。これにより、二次方程式を解く場合や、三平方の定理を活用して長さを求める場合など、これまで扱うことができなかった数を考察の対象とすることができる。このような正の数の平方根の必要性和意味を理解し、正の数の平方根を含む簡単な式の計算ができるようにする。また、具体的な場面で平方根を用いて表したり処理したりすることなど、具体的な場面で活用することができるようにする。

本単元では、数の範囲を拡張し新しい数が導入され、これまで数で表すことができなかったものが思考の対象になる。よって、本単元の導入では、面積が50の正方形の1辺の長さを調べる活動を通して、これまでの有理数では表すことのできない数が存在することを実感する。そして、 $\sqrt{\quad}$ は新しい数を表す記号であり、これを用いると、これまで十分に表し得なかった数を簡潔・明瞭に表現することができることを学習する。また、平方根の大小を考える際も、正方形の1辺の長さを比較することで考えていく。根号のついた数の計算をする際も、機械的な根号の扱いに終始することなく、具体的な量の扱いを大切にしながら指導を進める。

平方根は、有理数で表わすことのできない数であるため、私たちの身の回りに存在していると気付くにくい。しかし、日常でよく用いられているコピー用紙の短辺と長辺の長さの比は $1:\sqrt{2}$ であらわされる。本時では、B判の用紙サイズを題材にして、実際に短辺と長辺の長さを測ることによって長さの比に着目し、2辺の長さの間に平方根が潜んでいるかもしれないことを予感させたい。また、平方根を学習するにあたって鍵となっていた正方形の面積をキーワードとし $1:\sqrt{2}$ になるわけを、紙を折る作業を行いながら根拠を明らかにし説明する活動を取り入れていく。

また、このコピー用紙は半分に折ってサイズを変えても、短辺と長辺の長さの間には $1:\sqrt{2}$ の比があらわれること、A判、B判のコピー用紙に相似の関係があること、B5の長辺とA5の対角線の長さが一致することなど、それらを説明することは現段階では困難であるが、3学年で相似や三平方の定理等の学習を進めることにより解決できるような学習のつながりも考えられる。

3. 単元の目標

正の数の平方根について理解し、それを用いて考察することができる。

- ・数の平方根の必要性和意味を理解することができる。
- ・数の平方根を含む簡単な式の計算をすることができる。
- ・具体的な場面で数の平方根を用いて表したり処理したりすることができる。

4. 単元の評価規準

数学への関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形についての知識・理解
様々な事象を数の平方根でとらえたり、それらの性質や関係を見いだしたりするなど、数学的に考え表現することに関心を持ち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。	数の平方根についての基礎的・基本的な知識や技能を活用して、論理的に考察し表現するなど、数学的な見方や考え方を身に付けている。	数の平方根をふくむ簡単な式の計算をしたり、数の平方根で表現したり処理したりするなどの技能を身に付けている。	数の平方根の必要性和意味などを理解し、知識を身に付けている。

5. 指導計画（全 16 時間）と評価規準

(1) 指導の計画

小単元等	授業時間	
1 平方根	4 時間	16 時間
2 素因数分解 基本の問題	2 時間	
3 根号をふくむ式の乗除	4 時間	
4 根号をふくむ式の加減	2 時間	
5 根号をふくむ式のいろいろな計算	1 時間	
6 平方根の利用（本時）	1 時間	
基本の問題 単元のまとめ	2 時間	

(2) 評価規準

節	項	時	評価規準			
			関心・意欲・態度	見方や考え方	技能	知識・理解
1	面積2の正方形の1辺の長さは何？	1	○2乗して2になる数に関心を持ち、どんな数かを調べようとしている。			○2乗して50になる数は、これまで学んだ数では表せない数であることを理解している。

1 平方根	2	○ある数の平方根に関心を持ち、その数について調べようとしている。		○ある数の平方根を求めることができる。 ○ $\sqrt{a^2}$, $(\sqrt{a})^2$ を、根号を使わずに表すことができる。	○平方根の意味を理解している。	
	3		○正方形の1辺の長さを比べて、平方根の大小を考えることができる。	○平方根の大小を、不等号を使って表すことができる。	○平方根の大小関係を理解している。	
	4			○これまで学んだ数を有理数と無理数に分類できる。	○有理数、無理数の意味を理解している。 ○有理数と無理数を合わせると数直線上の点に対応する数をすべて表すことができることを理解している。	
	5	○根号のついた数が無理数かどうかを調べる方法に関心を持ち、その方法を考えようとしている。		○ある数を素因数分解することができる。 ○素因数分解を利用して、ある数の平方根を求めることができる。	○因数、素数、素因数、素因数分解の意味を理解している。	
基本の問題	6					
2 根号をふくむ式の計算	1 根号をふくむ式の乗除	7	○根号をふくむ式の乗法や除法に関心を持ち、計算方法を考えたり、計算したりしようとしている。	○平方根の乗法を、具体的な数や近似値を使って考えることができる。	○根号をふくむ式の乗法や除法の計算ができる。	○根号をふくむ式の乗法や除法の計算方法を理解している。
		8			○ $a\sqrt{b}$ を $\sqrt{a^2b}$ の形に表したり、 $\sqrt{a^2b}$ を $a\sqrt{b}$ の形に表したりすることができる。 ○根号のついた数を変形して、近似値を求めることができる。	
2 根号をふくむ式の加減	1 根号をふくむ式の乗除	9			○ある数の分母を有理化することができる。	○分母を有理化することの意味を理解している。
		10			○根号をふくむ式の乗法や除法を、くふうして計算することができる。	
	2 根号をふくむ式の加減	11	○根号をふくむ式の加法や減法に関心を持ち、計算方法を考えたり、計算したりしようとしている。	○ $\sqrt{2} + \sqrt{3} = \sqrt{2+3}$ と計算できないわけを、近似値や面積図を使って考え、説明することができる。	○同じ数の平方根をふくむ式を、簡単にすることができる。	○ $\sqrt{2} + \sqrt{3}$ は、これ以上簡単にすることができない数であることを理解している。
		12			○異なる数の平方根をふくむ式を変形してから、加法や減法を計算できる。	

3 根号をふくむ式のいろいろな計算	13	○根号をふくむ式のいろいろな計算に関心をもち、分配法則や乗法公式を利用して計算しようとしている。	○根号をふくむ式の形から、どの乗法公式を使えばよいかを考えることができる。	○分配法則や乗法公式を利用して、根号をふくむ式を計算できる。 ○根号をふくむ式の計算を使って、式の値を求めることができる。	
4 平方根の利用(本時)	14	○身のまわりに平方根が利用されていることに関心をもち、調べようとしている。	○コピー用紙の短辺と長辺の長さの比に着目し、その比の中に平方根が使われていることを様々な方法で説明することができる。		
基本の問題	15				
章の問題A	16				

6. 本時の授業

- (1) 日時 平成30年6月30日(土) 8:50~9:40
(2) 場所 山梨大学教育学部附属中学校 3年4組教室(3階)
(3) 題材 B5のコピー用紙の短辺と長辺の長さの比を求めよう。

(4) 本時のねらい

○コピー用紙の短辺と長辺の長さの比に着目し、その比の中に平方根が使われていることを様々な方法で説明することができる。

(5) 本時で育てたい資質・能力

- 事象の特徴を捉えて数学的な表現を用いて表現する力。
○自分の考えなどを数学的な表現を用いて説明する力。

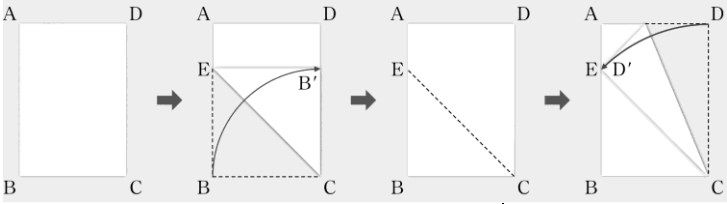
(6) 資質・能力を見取るための工夫

- ・授業中における生徒の活動の様子をノートなどに記録する。
- ・生徒に学習感想をまとめさせるために、授業を振り返る時間を設定する。

(7) 本時の評価基準

	A	B	C
事象の特徴を捉えて数学的な表現を用いて表現する力。	様々なサイズのコピー用紙を調べる活動を通して、コピー用紙の特徴を数学的な表現を用いて、複数見つけることができる。	様々なサイズのコピー用紙を調べる活動を通して、コピー用紙の特徴を複数見つけることができる。	様々なサイズのコピー用紙を調べる活動を通して、コピー用紙の特徴を見つけることができる。
自分の考えなどを数学的な表現を用いて説明する力。	紙を折る作業を通し、その作業と、短辺と長辺の長さの比を関連させていろいろな方法で説明することができる。	紙を折る作業を通し、その作業と、短辺と長辺の長さの比を関連させて説明することができる。	他人の意見を参考に紙を折る作業をすることで、正方形の対角線と長辺が一致することがわかる。

(8) 展開

経過	指導内容及び学習活動	予想される生徒の反応	留意点
導入	1. 課題を提示する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> 教科書や宿題のプリントは B5 判というサイズの紙です。テストの解答用紙は B4 判というサイズの紙です。この紙について気付いたことを複数あげてみよう。 </div> ◎B5 判, B4 判, B0 判の用紙を比較し, 辺の長さの関係, 面積に疑問をもたせる。	・B5判は長辺25.7cm, 短辺18.2cm ・B4判は長辺36.4cm, 短辺25.7cm ・B5判は, B4判の半分ようだ。 ・B0判を数回折れば, B4やB5ができる ・B5判の長辺とB4判の短辺が一致する。 ・B5判とB4判は, 拡大・縮小の関係にある。 ・B5は, $25.7 \div 18.2 = 1.412087\dots$ ・B4は, $36.4 \div 25.7 = 1.416342\dots$ ・B5は, $18.2 \div 25.7 = 0.708171\dots$ ・B4は, $25.7 \div 36.4 = 0.706043\dots$ ・B5もB4も, 短辺:長辺 = $1:\sqrt{2}$ になりそうだ。	※B0 サイズも用意しておく。
展開	2. 課題を把握する。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> B5 判の紙の短辺と長辺の長さの比が, $1:\sqrt{2}$ になることを, 紙を折って説明することができます。どのように折れば良いでしょうか? (長辺以外でこの紙のどこかに $\sqrt{2}$ をつくることができます。探してみましょう。) また, そのことを利用して B5 判の紙の短辺と長辺の長さの比が, $1:\sqrt{2}$ になることを説明しよう。 </div> 3. 自力解決 (個人・グループ)	・折り方  ・一辺が1の正方形の対角線は $\sqrt{2}$ になるから $CE=\sqrt{2}$ 。 ・一辺が1の正方形の面積は, 対角線×対角線÷2で求めることができる。 ・CEが面積2の正方形の1辺の長さと同じに見えることができるので $CE=\sqrt{2}$ 。 ・B4判も, B5判と同様に折ることで, 短辺:長辺 = $1:\sqrt{2}$ の比が分かることから, 2つの紙は相似(拡大・縮小の関係)である。また, B5判がB4判の半分であり, 短辺と長辺の比が一致することから, 比例式が成り立つ。B4判の短辺を1, 長辺をxとすると, $1:x = x/2:1$ となるので, これを解く。	※丁寧に折るように指示する。 ※折り方だけでなく, なぜその折り方で, $1:\sqrt{2}$ の比になるのかも, 説明させる。
まとめ	5. まとめ ・本時を通して, 気付いたことや学習感想を記入させる。		※A判の紙の長辺と短辺の比はどうなっているのか?

【参考文献】

- 新しい数学 3 平成27年検定済教科書・指導書 東京書籍
- 学習指導要領解説数学編 文部科学省 平成20年 数①-5

○学習指導要領解説数学編 文部科学省 平成 29 年

○算数・数学なぜなぜ事典 株式会社日本評論社 平成 5 年

○中央教育審議会初等中等教育課程部会算数・数学ワーキンググループ(平成 28 年 5 月)「配布資料」