数学科研究主題

学びを新たな課題につなげる授業の創造

～作業を重視した学習を通して～

萩原喜成　井上　透　櫻井順矢

1　テーマ設定の理由

本校数学科の研究は，「作業を重視した数学の授業の創造」を研究主題として昨年度までの11年間取り組んできた。この研究を通し，作業を重視した授業をすることによって，以下のように，生徒には３つの効果がもたらされ，教師にも２つのメリットがあると確認されている。

○　生徒にもたらされる効果
　①　思考が促進されること
　②　自分自身の思考過程を意識化できること
　③　課題に対してあきらめずに粘り強く取り組む姿勢を育てること

○　教師のメリット
　①　生徒の思考の様相が見えやすくなったこと
　②　教材のつながりが明確になり，中学校３年間を見通した流れができつつあること

これらのことから，作業を重視した授業をすることにより，大きな教育的効果が得られることを確認できた。したがって，本校数学科では，作業を重視した授業を創造することは教育的価値が高いことであり，これからも継続すべきことであると考えている。

また，この研究で，授業については以下の点が大事であることを再認識した。

○　課題が何より大切であること

○　授業における教師の役割が大切であること
　①　どんな発問をどんなタイミングで行うか
　②　じっくり考える場面を意図的に設定すること
　③　数学の舞台にのせるところ（数学化）を丁寧に行うこと
　④　個人の考えを全体の学びとして共有化する場面を工夫すること

これらのことを再認識したことで，あるべき授業の姿は少しずつ確立されてきている。特に，課題や発問の工夫などは本校なりのスタイルができつつあるので，その点についてはこれからも継続していきたい。しかし，授業における教師の役割については，いくつかの課題が残っている。より良い授業を創り上げていくためには，浮き彫りになった下記の課題について今後さらに研究を深め，改善し，解決していかなければならない。

授業における教師の役割のうち，今後研究を深めたい場面

(1)　数学の舞台にのせるところ（数学化）をいかに丁寧に行うか

生徒自身が個人で考え抜く時間をできるだけ保証し，考えがまとまった後で集約するという授業の流れを工夫していくことが必要である。これまでは，生徒が考えている時間はなるべく教師が全体に投げかけるような問いを発しないという取り組みをしてきた。その姿勢は大切にしながらも，すべて生徒任せにするのではなく，ある程度は教師が整理しながら丁寧に数学化する場面を作ること，つまり数学の舞台に載せて考える場面を意図的に作ることをしていくのである。個人追求の時間を保証した授業は，時間との兼ね合いで難しい面もあるので，考える時間をいかに有効に利用するのかということが今後検討すべき課題である。

(2)　個の考えを全体の学びとして共有化する場面をどう工夫していくか

机間指導をして生徒の作業の様子を観察し，個々の考えの中から大事なものを取り上げ，全体の学びとして共有化させていくことが大切である。授業中の教師には，生徒の考えをいかに共有化して次の課題につなげていくかということを瞬時に判断することが要求される。ここに授業における教師の重要な役割がある。ただ作業をさせていたのでは生徒の力は高まらないので，数学的に価値のあるものをつかませるように，授業の中での価値付けや取り上げ方を更に研究していく必要がある。

では，これらの課題を解決するためには，今後どんな研究を進めていけばいいのだろうか。

本校数学科では，授業の課題をいかに生徒自身の課題として捉えさせられるかが重要ではないかと考えた。つ

まり，豊かな教材を開発することは前提条件に過ぎないということであり，その教材をどんな課題として提示し，どう授業として仕組んでいき，さらに，それをどう生徒自身の課題にさせていくのかが授業の成否にかかわるのではないかと考えたのである。まさに「授業における教師の役割」である教師の働きかけが大切であると考えたのである。

また，全体の研究主題「自ら問う力を育む授業の創造」を受け，前述の課題を今後の研究の中で解決していくことにより，学んだことをもとに，それを利用したり，応用したりして新たな課題を発見し，それをまた解決しようとするような生徒になってほしいと考えた。つまり，じっくり考えて課題を解決し，その解決の中で新たな課題を発見し，それをまた解決していく。そういう取り組みを通して，生徒に考えることの楽しさや面白さ，不思議さを感じさせ，考えることの良さを味わえるような生徒になってほしいと考えたのである。

教師がその役割を適切に果たしている授業では，生徒は学びから新たな課題を見いだし，それを解決するというスタイルが確立できるようになるのではないだろうか。また，普段の生活の中でも同様の思考過程を踏むことが，生きる力につながるっていくのではないだろうか。

私たちが生きていく上で，数学が自分にとって意味のあるもの，価値のあるものであり，日常生活の中で役に立つものであると感じさせることは，私たち数学科教師の役割である。その１つの方法として，このように数学を学んでいくことが考えられるのである。以上のような理由で今年度の数学科研究主題を「学びを新たな課題につなげる授業の創造」に設定した。

2　本研究の目的

本研究の目的は，生徒に「考える力」をつけさせるために，どのような授業をつくり上げるかにある。１つの課題を解決した後に，「なぜこれでよいのだろうか」「何を根拠にしているのだろうか」「より簡単に解決できる方法はないだろうか」「言えることは他にもないだろうか」「学んだことはいつでも言えるのだろうか」などの新たな疑問が生じるようになると，それをさらなる課題として考え，その解決に挑戦していくようになるのではないだろうか。他から与えられた課題ではなく生徒自らが考え設定した課題であれば，より自発的に既有の知識や五感を総動員させて，試行錯誤を重ねながらも解決しようと考えるはずである。そのような授業をつくり出すことができれば，より一層考えることに重きをおいた指導ができると考えたのである。本研究の目的を達成するためには，生徒自らがさらなる問いを持つことができるような課題をいかに設定し，教師がどのような役割を担うかが重要になってくる。

これまでの研究では，日々の授業の中で生徒がじっくり取り組むことのできる教材を用意し，落ち着いて考える場を設定する工夫をしてきた。そうすることで，生徒は課題にじっくり取り組む経験を重ね，それが「考える力」をつけさせることにつながると考えたからである。今年度からの研究では，これまでの研究に加えて取り組んだ課題の解決を通して，生徒自らがさらなる課題を設定できるような研究を，あるいは課題解決のための教師の役割に視点をあてた研究を進めていきたい。また，小学校算数や高等学校数学の学習との関連を見通して，中学校３年間の中でどのように授業を仕組むことで，生徒に「考える力」をつけさせていけるのかということも考えていきたい。そして，本テーマのもとで，今年度も他校の先生方に紹介できるような授業を実践し，研究を進めていきたいと考えている。

3　全体研究とのかかわり

(1)　生徒につけさせたい力とそれらを育むために生徒にもたせたい問い

目的にもあるように，数学科として生徒につけさせたい力は「考える力」である。その考える力をはぐくむためには，授業の中で問いを構成することが大切である。自ら問う力を育む授業の展開を考える必要があるのである。

授業過程の中で生まれてくる生徒にもたせたい問いとして，中村享史氏は以下の8つを挙げている（中村享史著『自ら問う力を育てる算数授業』より）。これらの問いは中学校数学の授業においても，該当するものであろうか。中学校数学では，論証指導をはじめとして，数学の体系を意識した指導が必要となる。その際には，演繹的推論が活躍することになる。ある仮定を設定すると，どのような結論が導かれるだろうかという問いは，これら８つの問いにあてはまるであろうか。また，細分化したり，統合したりする必要性もあるかもしれない。中村氏の８つの問いを基盤としながら，具体的な事例に基づいて再検討をしていく必要がある。

①　既習事項を問う	②　他の方法を問う	③　根拠を問う	④　共通点や類似点を問う
⑤　相違点を問う	⑥　一般性を問う	⑦　発展性を問う	⑧　よさを問う

(2)　生徒に問いをもたせる教材のあり方

数学における生徒に問いをもたせる教材とは，課題に生徒が解決したくなるような必然性があり，数学的に豊かな内容を含んだものである。そのような教材を，これまでの研究で「作業を重視した授業の創造」というテーマのもと，実践を積み重ねてきた。今後もこれまでの研究と同様，さらなる教材開発をし，よりよい教材を増やしていく必要がある。そのためには，教師自身が日頃から探していく姿勢が大切である。

中村氏は，問いを生む教材や問題には以下のような5つの条件のうちのいずれかを含んでいるとしている。これについても，中学校数学の視点で見直し，具体的な事例に基づいて再検討をしていく必要がある。

①　既習の学習内容を用いて自力解決できるもの	②　共通の課題を生み出すもの
③　解決の方法や結果に多様性があるもの	④　対立や協調，葛藤や納得を生むもの
⑤　新しい課題を生むもの	

(3)　生徒に問いをもたせるための教師の役割

生徒に問いをもたせるよい教材を，いくら開発できたとしても，その課題をただ生徒に提示しただけでは，生徒にとって解決したくなるような数学の課題となるとは言えない。教師がどのような資料を提示し，どのような発問によって生徒に課題を与えるかが重要となる。あるいは，生徒に作業をさせることによって，生徒に課題を見いださせるかもしれない。開発した教材が，しっかりと生徒にとっての数学の課題となるように，授業において教師が果たすべき役割について考えていく必要がある。そのためには，教師自身が数学について充分に考えること，日々の授業における発問や板書などについて十分な注意を払い，謙虚な姿勢で研究を進めていくことである。

(4)　生徒の問いをどう見取るか(表現活動・評価)

①　『表現活動』について

１つの活動で生徒の表現力を飛躍的に向上させるというよりも，日々の地道な活動により徐々に向上させていくものである。したがって，以下のような活動を継続的にかつ丁寧に行いたい。ただし，これらの活動は，個人で考える時間を十分に保証することを前提としたものである。

- ペア学習，グループ学習，一斉指導などの場面において，自分の意見や考えを相手に理解してもらえるよう工夫をして伝え合う活動。議論。(図や記号を利用したり，筋道を立てて説明したりすることも含む。)【言語活動】→他者評価（生徒同士の評価と教師のフィードバック）
- 見直したときに授業の内容がわかるようなノートづくり（板書されたものを写す活動ではなく，友人の発言や先生の言葉を書いたり，自分が必要だと判断したものを書いたりして自分だけのオリジナルノートにする)【文章表現】→自己評価と他者評価（教師のフィードバック）
- 友人の意見や自分が理解した内容，授業を通して感じたことなどをまとめた学習感想の記入（毎日の授業での記入を継続させ，少しずつ内容を洗練させていく。)【文章表現】→他者評価（教師のフィードバック）

②　『学びの評価』について

じっくり考えながら活動ができる時間を確保したり，ペアやグループで議論させる時間をとることで，その時間を教師側は机間指導に当てることができる。その場面を利用して生徒の思考の様相を探っていく。全体の課題となり得るような反応が見られた場合には，それを全体で共有し，個人やグループで引き続き考えさせたい場合は，何をしているのかを聞き出す程度にする。全体の課題がつかめていない生徒には，個別指導をする。また，これらの机間指導による見とりは生徒からの授業の評価でもあり，授業改善に生かしたいものである。

授業中の机間指導の他にも，発言やつぶやき，議論の様子，事後のノート，学習感想などから評価することもできる。それらは，上記の学習活動において行われることが多いので，その活動における評価を→の後に記述した。授業の中での見とりについては授業の課題や作業の内容に依存し，状況に応じて行うことが多く，すべてを見とることは当然不可能である。私たちの研究の第一のねらいは，生徒にじっくりと考えさせることを通して数学的なかかわりを見いださせること（「考える力をつけさせる」こと）にあるので，評価することが目的になってしまわないように心がける必要がある。

４　研究内容

(1)　教材を開発し，実際に授業実践を行う。
(2)　授業の最中や授業後の生徒の様子を観察し，教師の役割を探る。
(3)　実践を終えた授業を記録として残し，本校数学科のカリキュラムに位置づける。
(4)　開発した教材に体系的なかかわりを持たせられるようにするなど，よりよい授業にしていく。
(5)　開発した教材を単年だけで終わらせるのではなく，次年度以降も追実践を行うなどの継続した研究にしていく。
(6)　新学習指導要領にあった年間指導計画の作成と過去の実践の位置づけの再確認をする。

５　今年度の研究

今年度の研究は，作業を重視することを継続しながら，「学びを新たな課題につなげる授業の創造」に迫れるように，まずは教師の役割についてより深めるような研究をスタートさせた。そして，以下の４つの授業実践を行った。

〈１年次（平成23年度）〉

３年　「２数の積を工夫して求めよう～因数分解～」　6月 3日(金)　校内研究会授業　櫻井順矢
１年　「マッチ棒は何本になるか～文字と式～」　6月29日(水)　第１回事前研究会　井上　透
２年　「三角形の角の二等分線について考えよう～三角形と四角形～」
10月22日(土)　中等教育研究会　萩原喜成
３年　「何ｍの高さからボールを落とせばよいだろうか～２乗に比例する関数～」
10月22日(土)　中等教育研究会　櫻井順矢

６　成果と課題

今年度からスタートしたこの研究は，授業実践と研究会を通しいくつかの課題が見えてきた。

第１に，３の全体研究とのかかわりでも書かれているように，８つの問いを中学校としての問いに再編する必要があるかということである。今年度もどの問いに分類されるか判断に迷う問いが考えられたので，この問いを含め，どうすべきか充分吟味する必要がある。

第２に，教師の役割について再度考える必要があるということである。これかでも課題としてあげられてきたことである。しかし，できるだけたくさんの研究授業をしていくことで，今までにない教師の役割も必要となるのか探っていきたい。

最後に，今まで取り組んできた「作業を重視した授業」と今テーマの「学びを新たな課題につなげる授業」にどのようなかかわりがあり，また，今回変わったことが何であり，変わらないことが何であるのかと言うことを明らかにしていく必要があるということである。

今後の研究では，これらのことを明確にしながら，さらに「自ら問う力を育む授業の創造」に近づけるようにしていきたい。

《参考文献》

長田新著「教育学」　岩波書店　第８刷（1933）
平成13年度小中学校教育課程実施状況調査報告書
筑波大学数学教育学研究室　翻訳・監修
「新世紀をひらく学校数学　学校数学のための原則とスタンダード　ＮＣＴＭ」(2001)
半田進編著「考えさせる授業　算数・数学　実践編」東京書籍　第１刷（1995）
松原元一著「数学的な見方考え方　子どもはどのように考えるか」国土社　初版（1990）
松原元一編著「考えさせる授業　算数・数学」東京書籍　第１刷（1987）
中村享史著「自ら問う力を育てる算数授業～新しい学力観と教師の役割～」　明治図書（1993）
杉山吉茂著「中等科数学科教育学序説」杉山吉茂教授講義筆記　東洋館出版社初版第一刷（2009）
杉山吉茂著「教育学研究全集　第13巻　考えることの教育」第一法規（1977）
教育科学　数学教育NO.645（2011　7月号）　明治図書（2011）
山梨大学教育人間科学部附属中学校　研究紀要（2005～2010）

【実践事例】第１回事前研究会　研究授業　　授業者：井　上　　　透

１　単元名　　　文字と式

（中略）

２　指導計画

（１）文字を使った式

①文字の使用・・・・・・・・・・・・２時間（本時は１/２時間目）

②文字を使った式の表し方・・・・・２時間

③代入と式の値・・・・・・・・・・１時間

（２）文字式の計算

①１次式の計算・・・・・・・・・・４時間

②文字を使った公式・・・・・・・・２時間

（３）まとめ

・章の問題・・・・・・・・・・・・・１時間

３　本時の授業

（１）日時　　　平成23年６月29日（水）　14:10～15:00

（２）場所　　　山梨大学教育人間科学部附属中学校　１年１組教室（１階）

（３）題材　　　マッチ棒は何本になるか

（４）題材について

本時で扱うマッチ棒の問題は、中学校で初めて扱われるものではなく、小学校５年時の教科書においても規則性を問う課題として記載されている。その場面では正方形の個数を増やすときに、表に表して使用するマッチ棒の本数を調べている。

本時ではマッチ棒の本数を調べるにあたり、式を用いてどのように表すかに焦点を当て、表された式をよみ、式に対していねいに意味づけを行わせたり、共通点や相違点にも着目させる活動を経て、次時以降の文字の使用につなげていくことをねらいとしている。

（５）ねらい

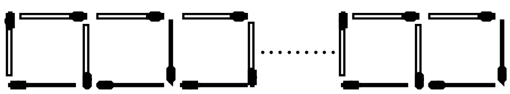
◎数の代わりに文字を用いることで、数量や法則を一般的に表現できることを理解する。

◎問題を解決するために数量や関係を文字を用いて式に表したり、その式が表している具体的な場面をよみ取ったりすることができる。

◎表現された式をよみ、事象について解釈することによって事象を数理的に考察することができる。

◎課題に対して多様な見方、考え方で取り組むことができる。

（６）展開

<table>
<tr><th>過程</th><th>指導内容 および 学習活動</th><th>予想される生徒の反応</th><th>留意点</th></tr>
<tr><td>課題の把握</td><td colspan="2">１　課題をつかむ。
図のように、マッチ棒を並べて正方形をつくる。正方形を20個つくる とき、マッチ棒は何本必要だろうか。
</td><td></td></tr>
<tr><td>課題の追究</td><td>２　自力解決する
「まず５個つくるとき、マッチ棒が何本必要かを考えよう。どのように考えたのか、考えをノートに書いてみよう。」</td><td>「20個はちょっと多い」
「いきなり20個というのは難しい」
「時間が欲しい」
①正方形を５個かいて数える。
②表に表す
<table><tr><td>正方形の個数</td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr><tr><td>マッチの本数</td><td>4</td><td>7</td><td>10</td><td>13</td><td>16</td></tr></table></td><td>・答のみを求めるのではなく、どのように考えたかがわかるように</td></tr>
</table>

		③６＋５×２ ④５＋５＋５＋１ ⑤５×２＋５＋１ ⑥５×２＋２×３ ⑦５×２＋２＋４ ⑧４＋４＋４＋４ ⑨４×５－（５－１） ⑩４×３＋２×２ ⑪４＋３×４ ⑫１＋３×５	言葉や式に表すよう促す。 ・式に表す際に、途中式を丁寧にかかせるようにする。 ・机間巡視する中で生徒の考えを確認しながらメモしていく。
	３　それぞれの式を発表し、式をよんでどのように考えたのかを探り、共通点や相違点を見出す。 「黒板に書かれた式はそれぞれ、どのように考えて式に表されたものなのか、互いに考えてみよう。」		
	・式をよみ、式の中の数値が表しているものが何かを考え、意味づけする。	「５は正方形の個数を表している」 「４は正方形の個数から１ひいた数を表している」 「４は正方形の辺の数を表している」 「２は上下に同じ数ずつあることを表している」	・図はかかず式のみを黒板に書かせ、式の発表者以外の生徒に考えさせ、発表させる。
	４　正方形の個数を変えて考える。 「今度は、正方形の個数を７個にしたら、マッチ棒の本数はどうなるだろうか。」	・ノートに記された式や黒板の式を見て、計算する。	
課題の練り上げ	５　正方形の個数を変えたときの、式の変化する部分を考える。 「正方形の個数を７個にした場合、式のどの部分を変えればよいのだろうか。」	「５が正方形の数を表していたので、５のところを７にすればよい」 「４は正方形の個数から１ひいた数なので、今度は７から１ひいて６にすればよい」	
まとめ	６　自分の考え以外にも、他の考えもノートに記し、学習感想を書く。		・式の定数部分と変数部分を意識させる。

（６）評価

・授業中に生徒がノートに書いた考えや、授業後の学習感想からどのようなことを考え、どのようなことに気づいたのかを見取る。

【実践事例】中等教育研究会　公開授業　　授業者：萩　原　喜　成

１　単元名　「三角形と四角形」

(中略)

２　指導と評価の計画

単元	節	授業時間数	
図形の性質	扉	１時間	全22時間
	１節　三角形	10時間	
	①　二等辺三角形の性質	２時間	
	②　二等辺三角形になるための条件	２時間	
	③　直角三角形の合同	５時間(本時は３／５)	
	④　節のまとめ・自己評価	１時間	
	２節　平行四辺形	10時間	
	①　平行四辺形の性質	３時間	
	②　平行四辺形になるための条件	３時間	
	③　特別な平行四辺形	２時間	
	④　平行線と面積	１時間	
	⑤　節のまとめ・自己評価	１時間	
	単元のまとめ・自己評価	１時間	

３　本時の授業

(１) 日　時　　平成23年10月22日（土）

(２) 場　所　　山梨大学教育人間科学部附属中学校　第２学年２組教室　（２階）

(３) 題材名　　「三角形の角の二等分線について考えよう」

(４) ねらい　・　角の２等分線の作図が丁寧にできる。

・　角の２等分線が１点で交わることに気づき、それらの点の特徴が理解できる。

・　角の２等分線が１点で交わることを証明できる。

(５) 生徒に問いをもたせるための手立て

本授業は、「三角形の５心」のうち、おそらく日常生活と最もかかわりが深いであろう重心から進めていく。重心は、日常生活の中でもその言葉が使われていることからも日常の中に存在することであると判断できる。そこで、トンボの形をした「やじろべえ」を用意して「この置物を作るときに大事なことは何か」を問い、生徒の予想をもとに確認していく。重心に関しては、相似の学習後でなければきちんとした証明はできないので、面積を二等分する直線上にあることが予想できればそれを利用して最後に考えさせたい。そして、「三角形の場合についてこの点がどうなっているのか」を問い、中線の交点となることを理解させたい。続いて、生徒の予想の中に含まれるであろう代表的な誤答のうち、角の二等分線と辺の垂直二等分線の交点などについて、まずは、予想したそれぞれの３直線を作図させる。そして、それらが１点で交わるかや、その点にはどんな特徴があるのかを問うことで、それらについてきちんと証明することで確認していきたい。具体的には「三角形の内角の二等分線は１点で交わっているのだろうか」という問いかけから始める。３直線が１点で交わることを証明するためには、２つの内角の二等分線の交点をもう１つの二等分線が通ることを示す必要がある。２つの内角の二等分線の交点の特徴は３辺までの距離が等しいことである。この特徴を持った点と頂点を結ぶ直線がその頂点の二等分線になっていることを示すことができればいいのである。

傍心については角の二等分線について証明したことを事実として使って指導していきたい。また、角を外角の二等分線にまで拡張することで、垂心についてもふれるようにしたい。

次に、「３辺の垂直二等分線は１点で交わるのだろうか」という問いかけをして、その証明やその点の特徴を確認することを行う。

【前時の流れ】

導入　・小学１年生の息子に写真のようなトンボの形をした「やじろべえ」を作ってほしいと頼まれた。このトンボを作る上で気をつけなければいけないことは何か。

→バランス、対称性

・今日はバランスをとる点について考える。しかし、いきなりトンボでバランスがとれる点について考えるのはわかりづらいので、まずは平面図形で考えてみよう。

→工作用紙で作った円や正方形、正三角形、長方形やひし形などの図形でバランスがとれる点が

あることを確認する。（教師による確認）
・このトンボの代わりに考える図形はどんな平面図形がいいか。
→三角形

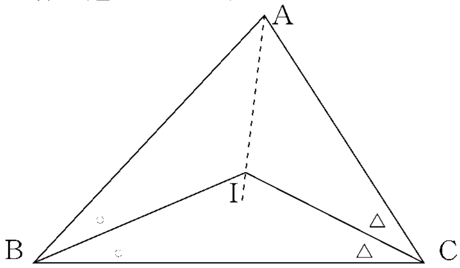
課題１　　バランスをとる点を探そう。

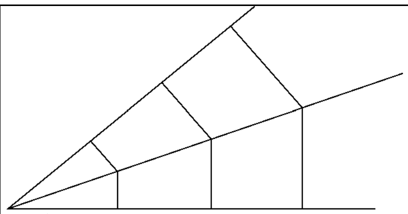
〇三角形でバランスをとる点を見つけるのはどうすればいいか？（個人解決）
・考えを発表しよう。
→・　辺の垂直二等分線の交点　（　３人）
・　角の二等分線の交点　（３２人）
・　頂点から対辺にひいた垂線の交点　（　１人）
・　頂点と対辺の中点を結んだ直線の交点　（　０人）
（始めに考えたが後で角の二等分線に変更）
・　わからない（確認するのを忘れたので、人数から判断した）　（　３人）

・それでは最も多かった角の二等分線の交点について、まずは三角形を書いて角の二等分線を作図してみよう。
→作図をする中で、ずれたというつぶやきが起こる。
・ずれたというのはどういうことか。
→１点で交わらない。
・角の二等分線の様子を全体に確認する。
１点で交わった人は・・・十数人挙手
交わらなかった人は・・・数人挙手

課題２　　三角形の内角の二等分線は１点で交わるのだろうか。

（６）展開

過程	学習内容及び生徒の活動	予想される生徒の反応	指導上の留意点 「問い」について
課題提示	三角形の３つの内角の二等分線は１点で交わるのだろうか。	・証明する。	・「どんな三角形でも言えることを示すには何をすればいいのか」という問いかけから証明につなげる。
課題把握	・１点で交わることを証明するにはどんな方針で考えるといいか。	・２つの二等分線の交点Iを残りの二等分線が通ることを示す。  	・教師と生徒のやりとりを通して、証明の方針を立てていく。
	・点Iはどのような点だと説明することができるか。	・点Iから３辺にひいた垂線の長さが等しくなる点。	・既習事項を問う。
	・本当に言えるのだろうか。なぜ言えるのだろうか。		・根拠を問う。
	・角の二等分線が２直線までの距離が等しい点Iを通ること証明する。	・Iから辺ＡＢ，ＢＣ，ＣＡに垂線をひき交点をそれぞれＤ，Ｅ，Ｆとすると、△ＢＤＩ≡△ＢＥＩよりＩＤ＝ＩＥ、同様に△ＣＥＩ≡△ＣＦＩよりＩＥ＝ＩＦとなるから ＩＤ＝ＩＥ＝ＩＦがいえる。	
	・角の二等分線について確認する。どんな特徴があるか。	・まだできそうにない。 ・二等分線上の点から２辺にひいた垂線の長さが等しい。	・既習事項を問う
	・角が与えられたとき二等分線は１つに決まるのか。		

課題追求（自力解決） 発表 練り上げ まとめ	・２直線までの距離が等しい点Iと頂点を結んだ直線が角の二等分線になることを示す。 ・この点が三直線までの距離が等しいことを示すためには何をすればいいか。 ・この点は三角形のバランスをとる点だろうか。 ・外角の二等分線についてどんなことが言えるだろうか。 ・この２つの点の共通点と相違点は何だろうか。 ・内心と傍心、（垂心）の 話をしてまとめる。	 ・決まる。 （角の二等分線は１本しかない。） ・《証明》 △ＢＤＩと△ＢＥＩにおいて ∠ＢＤＩ＝∠ＢＥＩ＝90°（仮定） ＢＩは共通 ∠ＤＢＩ＝∠ＥＢＩ （仮定） よって直角三角形の斜辺と１つの鋭角がそれぞれ等しいから △ＢＤＩ≡△ＢＥＩ よってＩＤ＝ＩＥ・・・・・・・・① △ＣＥＩと△ＣＦＩにおいても同様にして ＩＥ＝ＩＦ・・・・・・・・② ①②からＩＤ＝ＩＦ・・・・・・・・③ △ＡＤＩと△ＡＦＩにおいて ∠ＡＤＩ＝∠ＡＦＩ＝90°（仮定） ＢＩは共通 ＩＤ＝ＩＦ （③より） よって直角三角形の斜辺と他の一辺がそれぞれ等しいから △ＡＤＩ≡△ＡＦＩ よって∠ＤＡＩ＝∠ＦＡＩ したがって、ＡＩは∠Ａの二等分線である。このことから、三角形の内角の二等分線は一点で交わると言える。 ・円をかく 中心は？ 半径は？ ・ 教師が実際にやって見せる。	・既習事項を問う ・発展性を問う ・共通点を問う 相違点を問う ・学習感想も書かせる。

【実践事例】中等教育研究会　公開授業　　授業者：櫻　井　順　矢

１．単元名　　「関数 $y=ax^2$」

（中略）

２．指導と評価の計画（全18時間）　※評価規準表は略

１．２乗に比例する量	２時間（本時は２時間目）	18時間
２．関数 $y=ax^2$	２時間	
３．$y=ax^2$ のグラフ	３時間	
４．変化の割合	２時間	
５．関数 $y=ax^2$ の利用	３時間	
６．いろいろな関数	２時間	
７．課題学習	３時間	
単元のまとめ	１時間	

３．本時の授業

（１）　日　時　　　平成23年10月22日（土）　11：25〜12：15

（２）　場　所　　　山梨大学教育人間科学部附属中学校　３年４組教室（３階）

（３）　題材名　　　「何ｍの高さからボールを落とせばよいだろうか」

（４）　ねらい　　　・落下するボールの運動の様子を，時間と距離の関係でとらえ，それを利用して，決められた時間でちょうど地面にボールが落下するような高さを求めることができる。

・さまざまな変数の中から，問題解決につながる時間とボールを落とす高さの関係に着目し，それらの関数関係をとらえようとする。

（５） 生徒に問いをもたせるための手立て（一部省略）

扱う題材は，「筋肉番付」というＴＶ番組（ＴＢＳ1995～2002）の「ショットガン・タッチ」という競技の映像である。地面から10mの高さにセットされたボールがボタンを押した瞬間に落下する。選手はボタンを押して疾走し，ボールが地面につく前にタッチできれば成功となる。落下地点からボタンまでの距離が長いほど良い記録になる。今回扱う映像は，番組最高記録（13.60m）をもつ東京ヤクルトスワローズの青木宣親選手の映像である。

本校の生徒が同じような距離を走っている映像を見せ，その生徒Ａが青木選手のように13m60ｃｍを走り，ボールが地面に着くぎりぎりのところでタッチできるにはどうすればよいかを考えさせる。当然生徒の走る速さが遅いので，条件を変えることとなる。生徒Ａの走りと青木選手の走りを数値で比較することによって，この課題はボールの自由落下運動を関数 $y=ax^2$ でとらえる必要に迫られる。この事象には，さまざまな変数があるが，問題解決に直結する変数をどう決めればよいのかを問い【変数を問う】，問題の解決に必要な条件は十分かを問う【仮定を問う】。これらの問いは，中学校数学で現実問題を解決する場面において，重要な問いとなり得るものである。

（６） 展開

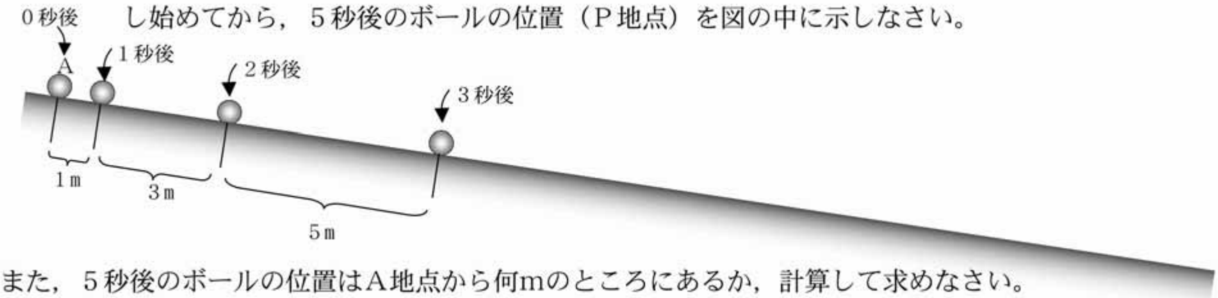
※生徒に問いをもたせるための手立てについては，指導案展開の中に*ゴシック斜体*で教師の発問の形で書き入れた。

過程	指導内容及び学習活動	予想される生徒の反応	留意点
導入	１．課題を把握する ○２つの映像を見る。 ①青木選手の映像 	  ・ものすごく速い。	・簡単に説明する。  ・ボールを落としている高さは10mであることを伝える。
	②附属中生徒Ａくんの映像 	  ・青木選手に比べると速くない。 ・13m60ｃｍを何秒くらいで走っているんだろう。	・コーンの間は15mであることを伝える。
	○課題を知る。		
	課題 生徒Ａが，落ちてくるボールに地面ぎりぎりでタッチできるようにするには，何mの高さからボールを落とせばよいだろうか。		
	「何がわかればよいだろうか」	○生徒Ａの走る速さ（13m60ｃｍを何秒？） ○ボールを落としてから地面に着くまでの時間 ○ボールが落ちるのにかかる時間と走る速さが同じになれば，地面ぎりぎりでタッチできる。 ○青木選手は13m60ｃｍをおよそ1.59秒で走る。	・青木選手の映像にタイム表示を入れたもの，生徒Ａの走る映像に距離とタイム表示を入れたものを見せる。
	２．問題の条件を整理する。	○映像では，ボールは10mの高さから落としている。 ○生徒Ａは13m60ｃｍをおよそ2.59秒で走る。 ○条件を表に整理する。 ○一般に，自由落下運動は空気抵抗がない状態で，物体を落とし始めてからx秒後にy mだけ落ちるとして関係を式に表すと，$y=4.9x^2$ となることが知られている。（前時の振り返り）	・条件を整理させる。 ・生徒から出たもののみ提示。 ・自由落下運動の式では，ボールへの空気抵抗のため，4.9より小さくなることを確認する。（前時の振り返り） ・*「解決するための条件やデータは十分だろうか？」と問う。【仮定を問う】*
課題追求	３．自力解決をする。	≪２乗に比例する関数による解決≫ ① $y=ax^2$に数値を代入して，方程式を解き，a の値を求める。それによって得られた式をもとに，生徒のタイムを代入して解決する。答，約26.6m	・２人～４人のグループで解決させる。 ・条件の提示が十分でなくても

		② $y=4.9x^2$に代入する。　答，約32.9m ③ $y=4.9x^2$に青木の記録1.59秒を代入して，$y=10$にならないことに困り，解決できない。 ≪比例による解決≫ ④ 1秒あたりにボールが落下する距離を求め，それをもとに計算して求める。　答，約16.46m ≪その他≫ ⑤ 走る人の加速の様子がわからず，解決できない。 ⑥ 空気抵抗がどのくらいかわからず，解決できない。	自力解決をさせ，条件不足に気づかせる。［机間指導］ ・③で困っているグループが出てきた場合は，全体で約2.4mの誤差の原因を考える。 ・⑤や⑥で困っているグループが多く見られる場合は，それを含めての時間のデータであることを全体で確認する。
まとめる	4．課題を解決し，まとめる。 ○自分の考えを発表する。 ○学習感想を書く。	≪比例による解決≫ ≪2乗に比例する関数による解決≫ ○比例か，2乗に比例する関数かを吟味する。 ○1秒あたりに落下する距離はだんだん大きくなるはずだから，変化の割合（加速度）が一定ではない。したがって，比例ではないはずだ。 ○xを2倍，3倍にすると，yは2倍，3倍になっていないから比例ではない。 ○実際に，ボールを落とす高さを2倍，3倍にしたら，落ちるまでの時間が2倍，3倍になるかを検証してみたい。（実験してみれば検証できる）	・多様な解法が発表されれば，***【共通点や類似点を問う】【相違点を問う】【よさを問う】***ことで，解法について吟味する。 ・比例関係を否定することで，④の解法が誤りであることを結論づける。 ・比例ではないことを検証するにはどのような実験をしたらよいかを考えさせる。

【資料】前時の課題（「坂道を転がるボールの運動の様子を調べよう」平成23年10月21日３年４組にて実施）

課題 下の図は，坂道でＡ地点からボールを転がしたときの様子を図で表したものである。ボールを転がし始めてから，５秒後のボールの位置（Ｐ地点）を図の中に示しなさい。



また，５秒後のボールの位置はＡ地点から何mのところにあるか，計算して求めなさい。

【資料】本時の学習感想（主なもののみ）

	本時の学習感想
ＫＡ	自分たちの班では、ボールの落ちる速さを一定として考えていて、他の班の結果と大きく異なった。他の班では、自由落下運動の式である$y=4.9x^2$を見直し、空気抵抗を考えて新しい式を立てて考えていた。なので、自分たちは少し混乱してしまったが、次の授業でしっかりと整理できるようにしたい。
ＦＨ	自由落下運動の抵抗を考えない理想的な値で考えると、$y=4.9x^2$という式を使わずに16.37mという答えになったが、他の班の答えを聞いて、空気抵抗を考えると僕たちの班と２倍近くの差があり、生徒Ａと青木選手との差が１秒しかないと考えると、また答えも変わってくると思う。２つのやり方が今回の授業で出たが、どちらが正しいかを次回、考えたいと思った。
ＫＫ	生徒Ａくんが走る速さは一定で、等速直線運動と考えることができるが、ボールの落ちる早さはどんどん加速していくので、落とす距離を大きくすればするほど加速していくことになる。さらに、ボールには空気抵抗がかかるため、理論上$y=4.9x^2$であるところが現実的には異なる。結果、$y=4.9x^2$となった。一度計算を間違えてしまったが、理論と現実の違いや自由落下における規則性を考えることが難しかった。
ＨＳ	途中から何を計算しているのかわからなくなってしまったが、ボールは加速しながら落下（→x^2）するため、１秒の違いでかなりの差が出ると思う。
ＳＭ	はじめは、すごく難しそうでもやもやしていたが、いろいろなデータから考えることができた。ＫＡくんたちの考え方はボールの加速を考えていないように思えたけれど、なんか合ってそうな気がする。次回は、その「なんかあってそうな気」になる理由を考えてみたい。

〇本実践における成果と課題

≪生徒に問いをもたせる教材という点について≫

・「ショットガン・タッチ」という題材を用いたことについては，映像を駆使したことによる生徒の反応がよかったこともあるが，数学的な課題に移ってからも解決の必要に迫られ，生徒が何とか問題を解決しようとする姿が最後まで見られたことからも，ある程度の評価はできる。

・しかし，条件の与え方についてはさらなる検討の余地がある。研究会であげられた意見の中で，「今日の課題は高さを求めるものだったが，そこから考えさせてもよかった。もっと前から走らせてもよい。速さといったときに，距離と時間と言ってしまったが，イギリスの授業を視察したとき，グループを組んだら１台コンピュータを与えて，その映像が自由に見られるようになっていて，そこから時間を計測したりして，自分で時間と距離を抽出したりするようになっていた。自分たちで論を組み立て，高さを調節するか，距離を調節するか自分で判断して，発表するような授業。今回の課題はその可能性をもっていて，もう少し自由に考えさせる環境を整えて行ってもよかった。」というものがあった。課題を焦点化させようと考えすぎてしまい，生徒の活動を制限してしまっていたかもしれない。

≪生徒に問いをもたせるための教師の役割という点について≫

・この授業では，生徒の速さに対する比例的なイメージを，重力による加速を扱うことによって，２次関数的なイメージへと拡げていくという意識を生徒にもたせながら，少しずつ新たな速さに対する概念をつくっていく授業であった。その意味で，生徒とのやりとりを大切にし，疑問や困ったことを取り上げながら授業を進めていく形を取った。その結果，ＫＡくんのグループのような比例的な考え方をする生徒と，ＨＳくんのグループやＫＫくんのグループのような２次関数的な考え方をする生徒とに大きく分かれ，両者の考えを尊重しつつも丁寧に比較していく授業となった。

・しかし，細部を見ていったときに，「速さ」に対する生徒の意識に微妙な違いがあった。研究会で指摘があった中にも，「距離÷時間で速さを求めていたのも，速さを一定とみていたのか，単に計算したのかはわからない。何を前提としているのかという点を大切にすべきではなかったか。」という意見や「速さという言葉で，子どもは表現しているが，それは何を指して言っていたのか。距離と時間を与えていたが，ＫＡくんの言っていた速さとＫＫくんの言っていた速さと微妙に違っていたのではないか。それが読み取れない。曖昧さが残っているから，変化の割合を学習して，速さに対する見方が鋭くなってから扱うことも考えられる。」という意見，「自由落下運動に対して子どもたちはボヤッとしたイメージを持っている。小林くんの意見はそれよりも強く出ていると言うこと。比例で考える生徒が半分以上いた。子どもの素直な認識だと思う。だからこそ，最初に取り上げるべきなのは小林くんで，比例とだんだん速くなるものの対立を作ることがねらいだった。速さを割り算で出しているが，その仮定としているところを問うべきだった。」という意見があった。生徒の問いをどう見取るかという点にも及ぶ問題だが，教師が今回の「速さ」に対する意識の変革に対して，どこまで深く掘り下げ，生徒の表現にまで配慮して授業に臨むことが重要であることが分かる。本実践では，その教師側の意識（教材研究の深さ）にまだまだ甘さがあったといえよう。

・本研究の４つの視点の中で，２番目の教材研究の重要性が改めて示された実践事例となった。