

## 1 テーマ設定の理由

研究主題『作業を重視した授業の創造』による数学科の研究は10年目になる。研究開始当初、本校の生徒の多くは、計算力に優れ、知的好奇心も旺盛である反面、試行錯誤することを嫌い、How toに目を向ける傾向が強かった。一つのことにとこだわり、じっくりと腰を据えて取り組む姿勢があまり見られなかった。そういった状況に対し、生徒にねばり強く考える力をつけさせる必要性を感じていた。たとえ素晴らしい解決に至らなくても、課題に対してあきらめずに、前向きに挑戦する生徒を育てたいと考えたのである。しかし、「考える力をつけさせる」ことは簡単ではないし、考えるということを教えることも難しいことである。そこで具体的方策として、作業を重視した授業づくりの推進を考えた。

作業とは、古くは労作という言葉からきている。農作業等のように、実際に身体をつかってもの（食物等）を作り、汗をかいて働くことにより人格形成がなされ、直観が養われ、人の認識に大きく影響を及ぼすという教育学からきている。数学科で重視する作業とは、生徒自身が問題解決のために様々な関係を整理し、具体化させ、新しい場面でその関係を使っていくという活動である。作業を重視することによって、もてる力を総動員して課題に取り組み、考えさせることができる。また、手を使ってものをつくり、それを様々な角度から観察することによって思考が促進され、解決に向けての豊かな発想が生まれてくる。このような生徒の姿が本校数学科で目指す生徒の姿である。

具体的には、作業を重視することによって、次のような3つの利点があると考えられる。

- (1) ものをつくったり、手にとって観察したりすることで、生徒の思考が促される。また、別々に身に付けていた知識や性質どうしの関係、既存の知識と新たな課題との関係を捉えるときの重要なつながりが得ることにつながる。そのことで、さらに思考が促されることになる。
- (2) 生徒は既存の知識や知恵を総動員して考える場面を得ることで、その解決を通して、考える楽しさや解決できたときのよろこびを味わうことができる。それが、課題に対してあきらめず、粘り強く取り組む姿勢を育てることにつながる。
- (3) 数学という教科の特性上、抽象的な思考の場面が多くかつ生徒の思考の様相は多種多様で、ひとりひとりの考えを教師がしっかり把握するのは困難なことである。しかし、作業を重視することで生徒の考えは、活動の中やノート上などに現れやすくなる。教師はその考えを把握しやすくなるのである。把握したものを生徒個人にフィードバックすることで、生徒に自分の思考過程を意識化させることができる。そのことは、個々に応じた指導にもつながる。

作業を重視した授業をするには、ただ作業をさせるのではなく、生徒が自らの課題として取り組み、ねばり強く考えるようにするための教師の教材研究と課題開発・発問の工夫などが不可欠である。日々の授業の中で、生徒がじっくり取り組むことのできる教材を用意し、落ち着いて考える場を継続的に設定していく工夫をする。そうすることで、生徒は課題にじっくり取り組むことに慣れてくる。作業を重視した授業を継続することが、「考える力をつけさせる」ことにつながるのである。

本校における全国学力・学習状況調査での質問紙調査の結果をみると、「物事を最後までやりとげてうれしかったことがありますか」という問いや、「数学の問題が分からないときはあきらめずにいろいろな方法を考えますか」という問いなどに対し、「あてはまる」、「どちらかといえばあてはまる」と答えた生徒の割合は、全国平均を上回っており、課題にじっくり取り組もうとする態度が読み取れる。さらに、「数学の授業で問題の解き方や考え方が分かるようにノートを書いていますか」という問いや、「調査の問題に対しては回答を言葉や式を使って説明する問題は最後まで回答を書こうと努力しましたか」という問いについても、全国平均を上回っており、自分の考えを表現しようとする態度が読み取れる。この結果が本研究における授業実践による成果として直接結びつくわけではないが、本研究で目指している生徒像に少しずつ近づいている傾向を示しているとみることもできる。

「考える力をつけさせる」授業はまだまだ研究を進めることで、改善したり新たな授業を開発したりできる

のではないかと考えている。「考える力をつけさせる」ことは、数学教育の永遠の命題なのである。したがって、今後もさらに粘り強く考える姿勢を身につけるように本テーマのもと研究を重ねていきたい。

## 2 本研究の目的

作業を重視した授業は、アルゴリズムを教えて、素早く正確な答えを導き出すことをねらうような授業ではない。ともすると生徒に混乱を起こさせ、混沌とした状態にさせるような授業になってしまうかもしれない。しかし、試行錯誤しながら苦勞して自分なりの解法を見いだしていくような活動をさせることで、頭の中が少しずつでも整理され、様々な関係やつながりがつかめるのである。

本研究の目的は、作業を重視した授業を行うことによって、生徒に「考える力をつけさせる」ことにある。作業を通し、考え抜くことよさや喜びを感じとることで、次の課題にもまた挑戦したくなるような生徒になると考えているからである。ただ紙と鉛筆だけでも、そういった場面をつくることは不可能ではないが、上記のような作業を取り入れることの利点をふまえ、五感を総動員させることによって、なお一層考えることに重きをおいた指導ができると考えたのである。

本テーマによる数学科の研究は、今年で10年目を迎えるが、まだまだ研究が深まる可能性があり、今後も継続してこのテーマで実践を続けていくつもりである。また、一度実践した授業を何年か継続して実践することで、さらに教材研究を積み上げることができ、授業を洗練することができると考えている。今後も他校の先生方に紹介できるような事例をさらに蓄積していきたい。

## 3 全体研究とのかかわり

### (1) 『「かかわり」を生かす』 について

数学を理解することはまさしく、様々な関係やつながりをつかむことであり、考えるという行為は、そのための思考活動であると言える。数学科で重視する作業とは、生徒自身が問題解決のために様々な関係を整理し、具体化させ、新しい場面でその関係を使っていくという活動である。したがって、本校の研究テーマ「知の再構成をめざして-かかわりを生かした学習過程の工夫-」と密接にかかわっている。

全体研究を受けて、数学における「かかわり」については、これまでと同様に次の3つを考えている。

- ① 数学的なアイデアや定理など具体的な学習内容1つ1つのかかわり
- ② 小学校と中学校の内容、中学校と高校の内容のような体系的かかわり
- ③ 数学とその周囲（日常）とのかかわり

（数学を身近な事象・現象に当てはめる。逆に身近な事象・現象を抽象化して数学の世界で考える。）

作業を重視した授業では、ものをつくったり、手にとって観察したりするので、それらの操作を通して生徒は問題解決のための新たな「かかわり」を意識しやすくなる。それは、新たな問題解決の場面で、これまで自分が持っている知識や技能、概念などを未知なるものと関係づけることが必要となるからである。この関係づけが、かかわりを意識することにつながる。これまで身につけてきた学習内容の「かかわり」を意識化し、未知なるものとさらなるかかわりをつくることで、生徒の数学的な力を高めることができると考えている。また、生徒が試行錯誤を繰り返すような課題を設定することで、様々な「かかわり」について気づかせることができると考えている。このような生徒の活動を促進するためには、作業を通して生徒がじっくり考えられるような場を提供することが大切である。その場を提供するためには、教師自身が深く教材を研究し、開発していくことが必要である。中学校3年間のこのような授業の積み重ねで、生徒が様々な経験をし、全く異なったものの中に、共通した見方・考え方を見いだすことができるようになることを望んでいる。さらに、日常の事象を1つひとつ別々のものと見るのではなく、その周囲のことがらと関連付けてとらえられるようになることも望んでいる。種々のことがらを関連づけて頭の中にしまっておくことで、問題解決の場面でその知識や技能や概念などを役立てられるようになってほしいという願いがある。

### (2) 『学んだことを伝える学習活動』 について

生徒の表現力については、1つの活動で飛躍的にアップさせるというよりも、日々の地道な活動により着実にアップさせていくものである。したがって、以下のような活動を継続的にかつ丁寧に行いたい。

- ・ 友人に理解してもらえるように工夫した発言〈言語表現〉  
→他者評価(子ども同士の評価と教師のフィードバック)
- ・ 共有化の場面で自分の意見や考えを相手に伝える活動〈言語表現〉

(図や記号を利用して発言したり板書したり、筋道を立てて説明したりすること)

→他者評価(教師のフィードバックと子ども同士の評価の両方)

- ・ 見直したときに内容がわかるようなノートづくり〈文章表現〉

(板書されたものを写す活動ではなく、そのときに聞いたことも書いたり、自分が必要だと判断したものを書いたりして自分だけのオリジナルノートにすること)

→自己評価と他者評価(教師のフィードバック)

- ・ 授業中の友人の意見、自分が理解した内容や感じたことをまとめた学習感想の記入〈文章表現〉

(ただ「わかった」とか「楽しかった」だけでなく「何がどうわかった」とか、「友達のこんな意見がわかりやすかった」などできるだけ具体的に記述させること) →他者評価(教師のフィードバック)

### (3)『学びの評価』 について

評価については、授業中の机間指導や発言・つぶやき、事後のノート・学習感想などで評価できることが確認されている。それらは、上記の学習活動において行われることが多いので、その活動における評価を→の後に記述した。授業中での見とりについては授業の課題や作業の内容に依存し、状況に応じて行うことが多く、すべてを見とめることは当然不可能である。我々の研究の第一のねらいは、生徒にじっくりと考えさせることを通して数学的ななかかわりを見いださせること(「考える力をつけさせる」こと)にあるので、評価することが目的になってしまわないように心がける必要がある。

## 4 研究内容

- (1) 教材を開発し、実際に授業実践を行う。
- (2) 授業の最中や授業後の生徒の様子を観察し、教師の役割を探る。
- (3) 実践を終えた後、記録を残し、本校数学科のカリキュラムに位置づける。
- (4) これまで教材開発したものを単発で終わらせるのではなく、次年度以降も追実践を行うなど、継続した研究を行うことで、よりよい授業にしていく。

## 5 研究経過

これまでの9年間、以下の教材開発と授業実践を行ってきた。当初重視していた作業は、主に立体づくりや道具づくりを通して行うものであった。これらの作業では、数学的な内容を生徒たちにつかませようという実践を重点的に行っていた。そこから得た知見をもとに、さらに作業の枠を広げ、グラフを使ったり、作図を行ったり、テクノロジーを活用したりしての作業を重視した授業づくりにも力を注いできた。

### 〈1年次(平成12年度)〉

1年 「特急電車がトンネルの中ですれ違うことがあるだろうか」	関関連の研究授業	
「立方体を3つの合同な四角錐に分けよう」	中等教育研究会	清水宏幸
2年 「合同な図形での平面のしきつめ」		
「さおばかりを使った1次関数の導入」	研究授業	井上公彦
3年 「平方根を作図する」	第1回事前研究会	望月秀太

### 〈2年次(平成13年度)〉

1年 「円の対称性を探る」	中等教育研究会	望月秀太
2年 「ヒノキの樹高を予想しよう」	特別公開研究会	清水宏幸
3年 「因数分解を面積で考える」	第1回事前研究会	茅野賢一

### 〈3年次(平成14年度)〉

1年 「てこ式秤を作る作業を通して比例を観る」	中等教育研究会	茅野賢一
3年 「正四面体+正四角錐=何形体？」	中等教育研究会	清水宏幸

### 〈4年次(平成15年度)〉

1年 「比例と反比例 影の長さはどう変わる？」	中等教育研究会	清水宏幸
2年 「三角形の性質 証明の学びのはじめに」	中等教育研究会	茅野賢一
3年 「因数分解を面積で考える」	第1回事前研究会	望月秀太

### 〈5年次(平成16年度)〉

1年 「正負の数の計算を交差する数直線でとらえる」	第1回事前研究会	島口浩二
---------------------------	----------	------

2年 「ガス料金を求めよう」	中等教育研究会	清水宏幸
3年 「三角形の内角・外角の二等分線」	中等教育研究会	茅野賢一
〈6年次 (平成17年度)〉		
1年 「積んだ米袋の数を数えよう～文字の導入～」	第1回事前研究会	萩原喜成
2年 「見えない角の2等分線を探そう」	中等教育研究会	島口浩二
3年 「一番売上金額の多いTシャツの値段を設定しよう」	中等教育研究会	清水宏幸
〈7年次 (平成18年度)〉		
1年 「比例の利用～マラソンのタイムを予想しよう～」	中等教育研究会	清水宏幸
2年 「連立3元1次方程式」	第1回事前研究会	萩原喜成
3年 「円～放物線の相似～」	中等教育研究会	島口浩二
〈8年次 (平成19年度)〉		
1年 「平面図形」	中等教育研究会	島口浩二
2年 「課題学習～太陽光発電は損か得か?～」	中等教育研究会	
	特別公開研究会	清水宏幸
	第1回事前研究会	萩原喜成
3年 「平方完成を面積図でイメージしよう」	第1回事前研究会	萩原喜成
〈9年次 (平成20年度)〉		
1年 「平面図形 三角形を折って角を集めよう」	中等教育研究会	萩原喜成
2年 「合同な図形 合同な四角形をかいてみよう」	中等教育研究会	島口浩二
3年 「課題学習 有理数を見直そう」	第1回事前研究会	
	自主公開研究会	清水宏幸

## 7 これまでの研究の成果と課題

これまでの研究の中で、以下の3点が成果として得られている。

- (1) じっくり考える場面を意図的に設定することが大切であること、そして課題が何より大切であることを改めて教師が実感できたこと
- (2) 教材研究を通して、教材のつながりが明確になり、中学校3年間を見通した流れが少しずつ作れたこと
- (3) 作業を通して生徒の思考の様相の一端が見えやすくなること

### (1)について

生徒が「どうなっているんだろう」と疑問に思い、問題を解決したくなるような場面設定が必要となる。課題がよければ、生徒はその活動にのめり込み、思考を始めるのである。そのことから、作業を重視した授業を創造する第一の条件として「生徒が解決を迫られる切実な問題」や「新鮮な感動を与える問題」という課題設定の視点が挙げられる。しかし、現実には常に切実な問題を提供し続けることは難しい。そこで、第二の条件として「知的好奇心をくすぐる問題」という視点が考えられる。本校の生徒は知的好奇心が旺盛なので、そこに訴えかけるような課題設定を考えるのである。現時点では未知であるが、生徒は既存の知識や経験を動員すれば解決できるという可能性を感じた時に活動を開始するのではないだろうか。この知的好奇心に訴えかける手だてとしては、生徒の持つ信念や先入観を利用することが考えられる。新しい知識と生徒がこれまでに持っている知識体系との間にズレが生じた時、あるいは二つの知識の間に矛盾が感じられたとき、これを解決しないではいられないものである。そこで、ここにかかわりを見いだしたいという欲求が起こると考えられる。「なぜだろう」、「どうしてだろう」という問いを教師が発しなくても、矛盾やズレに気づいた生徒自身の心の中でその疑問が自らに発せられるようにしたいものである。

例えば、これまでの授業において、次のような課題提示をしてきた。

#### ○ 1年次「立方体を3つの合同な四角錐に分けよう」

前時までに立方体の体積を3等分する模型づくりに挑戦してきた。そこで、本時では、その体積3等分に加え、分けた3つの四角錐が合同になるような模型づくりが課題となる。ここでは、教師がまず出来上がった3つの合同な四角錐を少しだけ生徒たちに見せ、これをつくってみようとして投げかけ、授業をスタートさせた。生徒の頭の中をもやもやした状態にし、作業に向かわせるのである。

○ 3年次「正四面体+正四角錐=何面体？」

正四面体は面が4つ、正四角錐は面が5つ。それをくっつけると、 $4+5-2=7$ で七面体になるのではないかという予想で立体づくりを始める。実際に2つの立体を作ってくっつけてみると、五面体となる。つまり予想が外れたのである。原因は面同士が平らになることができるからである。生徒はその結果に疑問を持ち、面が平らになる原因を模型づくりを通して理解していくという展開である。

○ 5年次「ガス料金について考えよう」

前時に、先生の子の家のガス料金を求める式を考えようという課題から、 $y=104.47x+1040$ という式を導いた。単身赴任の校長先生の部屋の使用量と代金を提示し、前時に導いた式に入れてみる。すると、前時で求めて式では、ガスの代金が実際の料金と違ってしまふ。それは、なぜなのかということから授業をスタートさせる。多くのデータを与え、それを詳しく見てみることで、次第に使用量によって1㎡あたりの単価と基本料金が違うことに気づき、使用量が何㎡の時がその式の境目なのかを探る活動を行った。

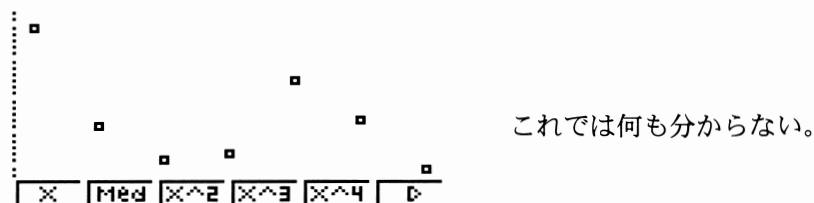
○ 6年次「売上金額が一番多いTシャツの値段を設定しよう」

生徒会でオリジナルのTシャツをつくり、学園祭で売ってボランティア活動として売上金額を寄付しようという課題からスタートする。そのためには一番売上金額の多い値段に設定したい。そこで、このTシャツをいくらであれば買ってくれるかを聞いたアンケート結果を提示する。

期待される販売数の表

値段(円)	500	750	1000	1250	1500	1750	2000
期待される販売数	37	21	17	18	28	23	16

このデータで散布図をかいてみると

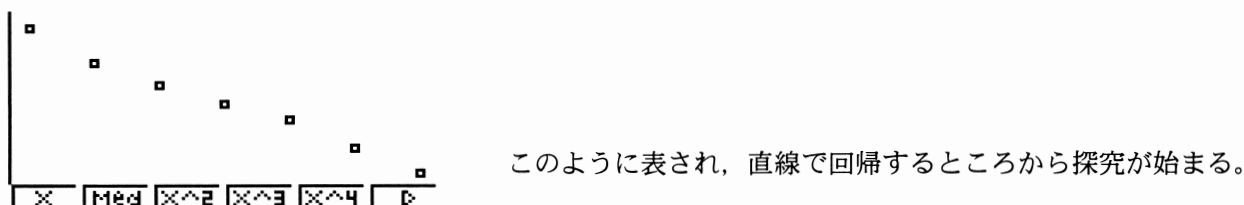


そこで、このデータをどうすればうまく数学化できるのかを考えた。すると、「1000円で買う人は500円でも750円でも買うのではないか」という1人の生徒の発言から、下の表のようにデータを書き換えた。

その値段で買うと思われる人数にした表

値段(円)	500	750	1000	1250	1500	1750	2000
その値段で買うと思われる人数	160	123	102	85	67	39	16

これをまた散布図で表してみると



ここで例示したどの授業も生徒の予想と違ったり、おかしいと思わせたり、なぜだろうという問いを自分で持てたりするところから授業をスタートしている。ここに作業を行わせる上での課題の工夫がある。に粘り強く考える姿勢を身につけるよう研究を重ねてきたいところである。

(2)について

(2)について

これまで9年間の教材研究で3年間を見通しての課題のつながりを改めて確認することができた。

○ 数と式の領域

5年次に行った「正負の数の計算を交差する数直線でとらえる」、2年次、4年次、6年次(校内研)、8年次と多くの実践を重ねてきた「因数分解を面積で考える」、そして1年次に行った「平方根を作図する」、9年次に行っている「有理数を見直そう」、また、「線分の3等分点の作図」など図形のイメージと関わりを持たせながら中学校数学の数の概念形成をはかる授業展開につながりを持たせている。実数全体を視野に入れた取り

組みを意識的に何年もかけて行い、そこにつながりがあることが明らかとなっている。

#### ○ 数量関係の領域

「さおばかりを使った一次関数の導入」(1年次)、「てこ式秤を作る作業を通して比例を観る」(3年次)などの道具を作る活動を通して、見えにくい比例関係や一次関数の関係を捉えさせる授業を行ってきた。また、その一方で、現実の場面の問題を解決するために、グラフや式や表を駆使して考える活動を行ってきた。例えば、「特急電車がトンネルの中ですれ違うことがあるだろうか」(1年次)、「ヒノキの樹高を予想しよう」(2年次)、「比例と反比例 影の長さはどう変わる?」(4年次)、「ガス料金を求めよう」(5年次)、「一番売上金額の多いTシャツの値段を設定しよう」(6年次)、「比例の利用～マラソンのタイムを予想しよう～」(7年次)、「課題学習～太陽光発電は損か得か?～」(8年次)と実践を行ってきた。これらの課題は生徒の身近な話題からスタートしており、数学の舞台にのせて問題解決を行うという授業である。つまり、問題解決のために関数を使っていくことをねらっている。これら多くの実践を行ってきて、教材の中に、物理的数学的な関係が潜んでいるものと、本来は比例や一次関数になっていないものを、比例や一次関数と見て数学化し、問題解決に数学を使っていくという分類ができることが明らかとなった。次のように分類される。

##### ① 背後に数学が存在する教材

※見えにくい関数関係を見だし、そのしくみを解明して、問題解決を行う。

- ・影の長さはどう変わる
- ・さおばかりをつくろう
- ・ガス料金について考えよう

##### ② 関数とみて問題解決する教材

※本来比例や1次関数ではないものを比例や1次関数とみることで問題解決を行う。

- ・特急電車のトンネルでのすれ違い
- ・売上金額が一番多いTシャツの値段を設定しよう
- ・ひのきの樹高を求めよう
- ・比例の利用～マラソンのタイムを予想しよう～

#### ○ 図形領域

9年間の研究の前半は模型づくりや道具づくりを中心に行ってきた。第1学年の空間図形では正多面体からスタートして、デルタ多面体、準正多面体など模型づくりを行っている。そして最後に立方体の考察に入り、最終的には立方体を合同な3つの四角錐にわけた模型づくりを行っていく。これは毎年カリキュラムとして位置づけて実践を続けている。2年生や3年生の図形分野にも教材開発を広げ、作図や自分自身がグラウンドに出て点になるなどの模型づくりとは異なった作業にも挑戦してきた。もちろん念頭操作も視野に入れてのことである。

教材研究を行う際、教師自身が模型づくりを通して思考の広がりや促進を体験でき、作業の有効性を実感できたことが大きな収穫であった。

##### (3)について

生徒にじっくり考えながら作業ができる時間を確保することで、その時間を教師側は机間指導に当て、その場面を利用し、生徒の思考の様相を探っていく。作業が進めば生徒が思考を何らかの形で表出させると思われ、生徒の思考がとらえやすくなる。普段から生徒の発想が表出する場面を見逃さないように意識することが大切である。これらのことは研究を通して明らかになったことである。

##### ①「立方体を3つの合同な四角錐に分けよう」・・・授業中の生徒の思考の様相を観察して

CとMu・・・前時の課題「立方体の体積を3等分しよう」で、すでに3つの合同な四角錐に分けられることに気づき、模型づくりに入った。1つはすでに完成していた。本時では、10分後ぐらいに残りを完成させてしまったため、机間指導の中で、さらに切り方を変えて合同な立体3つに分ける課題を与えた。CとMuは2人で相談しながら、取り組んだ。前時もこの2人は相談しながら取り組んでいたのもそのまま作業を進めさせた。KとM・・・この2人も相談しながら問題に取り組んでいた。2人は、前に作った立方体の1つの面を開けて、その面と平行となる面の内側に点を描いてじっと考えていた。その点は、正方形の対角線の交点であった。2人は内側に開けた面を底面とする正四角錐をイメージし、そこから考えようとしていた。しばらく経ってその頂点を立方体の頂点のほうへ動かせばいいことに気づき、3つの合同な四角錐が見えたようであった。そして模型づくりに入っていた。気づいたのは終わり5分前であった。Kも同じことを考えていた。

Ya・・・前時の課題「立方体の体積を3等分しよう」のときから、前に作った立方体を1つの頂点から3つの辺に沿って、はさみを入れ3つに分けていた。そして切り口の方の面がなかなかつかめず、前の2時間は、ずっと考え込んでいた。切ったところをもう一度セロハンテープでつけて、また切ったり、切り口に紙を入れてどう切れているかを調べたりと前の時間からずっと活動を続けていた。終わり頃になってようやく形のイ



メージができたようで切り口の面を作り始めた。授業が終わって、「私は3時間もかかってこの四角錐を見つけたのに、MoとShは1時間で見つけちゃってずるい。」と教師のところに駆け寄ってきて話していた。このように実際に立方体を切って考えた生徒は多かった。Mo, Sh, T, E, S, O, SS

Yo・・・前に作った立方体をしばらく観察し、線を入れ始めた。何回も線を消したり描いたりしていたが、なかなか切り方がうまくいかずに困っていた。しばらくやっていると合同になる場合を見つけた。このように立方体に線を入れて考えた生徒は何人もいた。Ts, Y, N, Ta

W・・・展開図にこだわって考えていた。1時間中ずっと考えていた。机間指導で、立方体を実際に切ってみたらどうかと話をしたが、彼は展開図を描きたかったようである。立方体には切り方の線を入れて考えていた。本時の次の時間には、展開図を完成させていた。展開図から描こうとしていた生徒 Ya, Su

KaとEa・・・この2人は、前の時間でも正四角錐を作ったが、側面の二等辺三角形の1辺を6cmにしてしまったため、高さが6cmにならず悩んでいた。この時間でもまず正四角錐を作りたかったのであるが、1辺を何cmにすれば、高さが6cmになるかずっと考えていた。このように正四角錐をまず作ってみるといふ生徒もいた。Nk

この授業の中で、

- ・ 作り終えた生徒 C, Mu
- ・ 作り途中、形はしっかりわかった生徒 Mo, Sh, I
- ・ 作り始めてはいないが形に気づいた生徒 Ya, Ka, Y, N, Oy, SS, Su, T, Mu, Ta, H, Yg, S
- ・ もう少しで気づきそうな生徒 Y, Ts, Yo, W, K, Ka, Ko, A, No, Ka, E, Ea, Ho, Ku, Ok, As, Is, Go, Fu
- ・ 正四角錐を作って考えていた生徒 Nk
- ・ ずっと考えていた生徒 Fuj, Shi

というように、教師は生徒の思考の様相を観察し、記録をとることができるのである。

②一番売上金額の多いTシャツの値段を設定しようの授業の中での1人の生徒K君の思考の様相

本授業では、頂点が原点ではない放物線について考察させている。つまり2次関数の一般形を扱っている。取り上げた関数は一般形であるが、放物線の対称性に着目したり、変化の様子を探ったりしながら問題解決できる課題である。放物線の対称性に着目する活動を行うことで、より $y = ax^2$ の関数についての理解を深めることができる考えた。今回は、多くの生徒が、yの値が等しくなるxの値が2つ存在することに気づいた。このことをきっかけに頂点を割り出すことができた。

ここでE.Kが放物線の対称性に注目するまでの過程をノートから分析する。彼の思考の様相は5段階に分かれる。

<第1段階> グラフ電卓で、値段とその値段で買うと思われる人数をかけた値をプロットしてそれを2次で回帰したグラフ<図3>をかき、MAX機能を使ってxの値1100をまず求めた。その後 $y = 0.09x^2 + 198x$ をグラフで表示しようとした。が、うまく表示できなかった。

<第2段階> 考えを変えて、 $-0.09x^2 + 198x$ とする。本当は最初のxは2乗であるが、誤って、 $-0.09x + 198x$ に数を代入して計算する。計算して行って、おかしい数が出てくるので間違いに気づく。

まず、xに10, 100などの単位で代入していく  
10000で表示になるので  $1000 \leq x \leq 10000$  となる。

<第3段階>  $-0.09x^2 + 198x$ に数を代入していく。x=10, x=100, x=1000, x=10000と入れて計算していく。x=10000入れたときに、「あれっ」とつぶやく。 $-0.09 \times 10000^2 + 198 \times 10000$ を計算したときにマイナスが出てきてしまう。そこで変域を $1000 \leq x \leq 10000$ と考える。さらにx=5000を代入する。5000を代入したときもyの値はマイナスになることに気づく。

これをとんとんしめていく。  
(x=1000)  $1000 \leq x \leq 5000$  は表示  
y=108000  $1000 \leq x \leq 2000$  は表示 (36000)  
 $1000 \leq x \leq 1200$  は同じ値ではなくなる  
つまりその間の1100がx=2000だと  
答えだと考えるから、y=108000

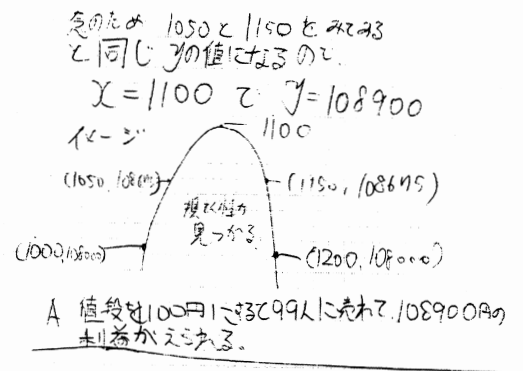
<第4段階> x=2000を代入すると、y=36000と

なり、 $x=1000$ のときの $y$ の値108000より小さすぎる。 $x=1500$ のときも $y=94500$ でまだ小さい。 $x=1200$ を代入する。すると、 $y=108000$ となり、 $x=1000$ のときと同じ値になることを発見する。

《ここで教師の机間指導で値をすべて記録するように指示を出した。》

値を意識的に記録し始め、もう一度 $x=1000$ のときと、 $x=1200$ のときの $y$ の値が等しいことを確認した。

〈第5段階〉  $x=1100$ を代入して、 $y=108900$ の値を得る。最後は確認を得るために $x=1050$ と $x=1150$ を入れて、これも $y$ の値が等しいことを確認した。そして右の図のようなイメージをノートにかいた。



後半、教師がグラフ電卓から離れなさいと言ったことで、 $x$ にいろいろな値を代入して、 $y$ の値を求めてみるという試行錯誤によって、 $x$ の変域を縮めていき、 $y$ の値が等しくなる対称な点を見つけることができた。そして、そこから最大値を確認できた。

N君は、次のような学習感想を書いている。「値段、売り上げの関係が分かった。2次関数のグラフは対称だということがわかり、スムーズに進んだ。また、常に同じ値の2点があることが分かった。その中に1点しか値がない所があり、そこが $x$   $y$ の時、最大の値があることも分かった。」

このように1人の生徒の思考の様相をとらえることで、この授業のねらいである放物線の対称性にどう生徒が迫っていったかを見とることができる。あくまで1人の生徒の思考の様子であるが、全体の生徒の思考を分析する時に役立つ。

このテーマでの数学科の研究は、今年で10年目を迎える。これまでの取り組みで、生徒が数学の問題にこれまで以上に興味を持って取り組む姿が見られるようになった。休み時間にも数学の問題を考えていたり、日常の中での疑問点を教師に質問に来る場面が見られたりするなど、粘り強く考える姿勢が身につくと思われる。全国学力・学習状況調査での本校生徒の結果を見ても、無回答率がきわめて低く、何も手をつけなくてあきらめてしまう生徒が少ないことから分かる。これは大きな成果である。課題点としては、授業の中で生徒の見とりのさらなる充実が挙げられる。

## 7 今年度の研究

今年度も引き続き、作業を重視した授業づくりに力を注いできた。生徒が授業課題を自分自身の課題としてじっくり取り組むことができるようにするため、教材を分析し、場面設定を工夫し、どのような発問をするかを研究することこそが教材研究の大切な部分であると考えているからである。また、新学習指導要領より、新しく加わった領域である「資料の活用」についても授業実践を積み重ねる必要があると考え、教材開発・授業実践を行った。

指導案作成にあたっては昨年度の研究を受けて、授業実践の中における次の2つの課題についても意識して取り組んできた。

- |  |
|--|
| <ul style="list-style-type: none"> <li>(1) 授業での教師の役割の大切さ</li> <li>(2) 数学の舞台にのせるところ（数学化）をいかに丁寧に行うか</li> </ul> |
|--|

(1)について

机間指導をし、生徒の作業の様子を観察し、いかに個々の生徒の考えを全体の考えとして共有化するかが大切である。教師には、生徒の考えの中で大切となるものをいかに共有化して次へつなげていくかということ、授業中に瞬時に判断することが要求される。ここにかかわりを意識させるための教師の大事な役割がある。ただ作業をさせていたのでは生徒の力は高まらないので、数学的に価値のあるものをつかませるように、授業の中での価値付けや取り上げ方を更に研究していく必要がある。

(2)について

生徒自身が個人で考え抜く時間をできるだけ保証し、考えがまとまった後で、集約するという授業の流れをさらに追求することが必要である。時間との兼ね合いで難しい面もあるが、工夫していきたいと考えている。

また、生徒の作業の段階が徐々に高まるよう、ただ時間を与えるのではなく、教師が舵取りをし、よい考えが出たらそれを共有化するといった時間をとることも大切である。つまり、数学の舞台に載せて考える場面を



意図的に作るのである。これまでの研究では、生徒が考えている時間はなるべく教師が全体に投げかけるような問いを発しないという取り組みをしてきた。その姿勢は大切にしながらも、すべて生徒任せではなく、ある程度教師が整理しながら、丁寧に数学化する場面を作ること、つまり考える時間をいかにうまく使うのかが検討すべき課題である。

今年度は、以下の2つの授業実践を行った。

※指導案等、授業の詳細については、本校のHPをご覧ください。

#### 〈10年次（平成21年度）〉

3年 「因数分解 面積図を利用した平方完成」 7月4日(金) 中等教育研究会 島口 浩二

作業を重視した授業を創造し、生徒の考える力を育成するためには、よい教材を開発し、実践を積み重ねていく必要がある。その中で、新たな教材開発という視点の他に、価値ある教材については継続して研究し実践を行うことで、よりよい授業のあり方を探るという視点も必要である。面積図を利用した平方完成の実践はそれである。これまでとは違った教材のとらえ方として、「平方完成の考え方で因数分解を統一的にとらえさせる」という点に焦点を絞って実践を行った。面積図を用いた平方完成の追求により、大きな正方形から小さな正方形を引いた形  $x^2 - a^2$  に等積変形することができれば、因数分解が可能であることは理解できる。しかし、それでは「理解できる」ことにとどまりかねないので、それをさらに進めて「平方完成の考え方で因数分解を統一的にとらえさせ」そのよさがわかるようにする。そして、面積図による授業のあとにそれを「和と差の積の公式」の構造で見直せるような授業を設定した。このように、「平方完成の考え方で因数分解を統一的にとらえさせる」ことによって、2つの解の値が有理数の範囲ではない場合についても平方完成させて和と差の積の形にすることで因数分解をすることができ、因数分解が実際にはオムニバーであるという認識を持つことが可能となる。さらにこのことから  $x^2$  の係数が1の式の場合において一般化（これには高い計算力が必要とされ発展的内容となるが、面積図を操作してきたことや面積図と式とを対応させてとらえて平方完成を考えていることから、十分に可能である。）することにもつながった。これは、今後の学習である2次方程式、新学習指導要領で取り入れられる2次方程式の解の公式、さらには判別式や2次関数といった高校数学へつながる興味深いものであり、この教材の奥深さを知るとともに、さらなる教材研究の必要性を感じるようになった。

1年 「資料の散らばりと代表値 太陽光発電のパネル容量を何kWにすればよいだろうか」

2月5日(金) 事後報告会 櫻井 順矢

新学習指導要領より、新しく加わった領域である「資料の活用」については、資料を整理して傾向を読み取るだけでなく、それを活用して問題を解決することが重視されている。しかし、実際には、現実の場面において資料から傾向を読み取り、一般に通用するような結論を得ることは難しいことである。その分野についての豊富な専門的知識や経験が必要であり、統計的な手法を熟知していなければならないからである。このことは、統計学がさまざまな分野において独自に発展しているということからもわかる。このような状況の中で、中学校数学において「資料の活用」として統計分野の学習を考えたとき、大切にしたいことは、限られた範囲の中で、生徒が何とかして結論を見いだそうとする姿勢である。得られた結論が妥当かどうかを吟味し、必要に応じて条件を追加・変更するなどして、試行錯誤する姿である。これは、本数学科の研究テーマである作業を重視した授業の目指す生徒の姿と重なる部分が多い。本研究で提案した授業においても、課題提示の仕方や資料の与え方、それを数学の舞台にのせる場面に焦点を当てた。また、「資料の活用」領域における学習は、1年次の学習単独で成り立つものではなく、2年次の確率、3年次の標本調査の学習とのかかわりが重要な意味を持つ。「資料の活用」領域の3年間のカリキュラムを見通した教材研究の必要がある。今後も継続して実践を重ねていきたい。

今年度の研究の成果としては、違う領域の中にかかわりを見いださせることができたことがあげられる。関数を表すときのように、式・グラフ・表など様々な表し方をする中で生徒の思考が促されるというような例はよくある。今年度の授業実践においても、因数分解が図形の変形としてイメージできるようになることによさを感じることができたのである。また「資料の活用」領域でも、日常生活の中にある資料を検討・分析することで、数学科させることができたことがあげられる。繁雑な諸条件を含んでいる日常事象でも、情報を取捨選択してスリム化させていくことで、数学の舞台に乗せることができるようになることによさを感じることができたのである。

今後の課題としては、これも今までの研究の中ですでに明らかになっていることであるが、明確な課題を提

示することと作業を重視することの重要性を再認識して取り組むことがあげられる。

明確な課題の提示については、既習内容と未習内容を明確にすることで、生徒に課題の共有化を図らせることが大切である。今日の課題が何であって、そのためにどんな作業をしていくのかを明らかにしなければ、せっかく価値ある教材を用意しても生徒にかかわりを見いだせられないままになってしまうのである。また、作業すること自体は、例えそこに多くの時間を割くことになったとしても、数学的に価値のあるものをつかませるためには生徒にとって大変貴重な時間となっているのである。授業中での価値付けや取り上げ方を研究し、工夫することは、ひとつひとつの活動の目的を教師がきちんと把握し、全体のバランスを考えながら意図的に仕組んでいくことである。我々教師はそのことを大切にしなければならない。授業における教師の役割は、しっかり主役(生徒)を支え、主役が主役として光るような脇役である。教師の役割についてもさらに研究を深めていきたい。

#### 《参考文献》

長田新著(1933)「教育学」 岩波書店 第8刷

平成13年度小中学校教育課程実施状況調査報告書

筑波大学数学教育学研究室 翻訳・監修(2001)

「新世紀をひらく学校数学-学校数学のための原則とスタンダード NCTM」

半田進編著(1995)「考えさせる授業 算数・数学 実践編」東京書籍 第1刷

平成20年度全国学力・学習状況調査【中学校】調査結果概要(2008)文部科学省 国立教育政策研究所

松原元一著(1990)「数学的な見方考え方 子どもはどのように考えるか」国土社 初版

松原元一編著(1987)「考えさせる授業 算数・数学」東京書籍 第1刷

山梨大学教育人間科学部附属中学校研究開発実施報告書(2000)

「自分づくりを支援するゆとりある教育課程の創造」

山梨大学教育人間科学部附属中学校 研究紀要(2005～2008)