

考えさせる授業の創造

～振り返る活動を重視して～

萩原 喜成 井上 透 櫻井 順矢 日向 昭子

1. 目指す生徒像と研究主題設定の理由

本校数学科で目指す生徒像は、1つのことにこだわりをもち、粘り強く考えることのできる生徒である。たとえ素晴らしい解決に至らなくても、問題の解決に向けてあきらめずに、誠実に取り組もうとする生徒を育てたい。そのためには、日々の授業において、実際に生徒を考える場におき、問題に対して誠実に向き合い、何とか解決しようと粘り強く取り組む経験を数多くさせることが大切である。

このような授業において、考える主体はもちろん生徒であるが、教師が積極的に関わり、生徒を考える場におくことが必要である。そのためには、教師が教材研究をし、授業における課題提示を工夫するなどして、生徒が主体性をもって考えたいような場をつくらなくてはならない。また、学習の過程においても、あたかも生徒が自分で学習を深化・発展させたと感じるように、教師がうまく働きかけをしなければならない。そこで、本校数学科では、生徒に主体性をもたせながらも、教師が生徒を考える場におくという意味で「考えさせる授業の創造」を研究主題として設定した。

「考えさせる授業」を創造するためには、教師による緻密な教材研究が重要である。生徒を考える場におくために、教師が果たすべき役割は多岐に渡る。具体的には、数学的に内容の豊かな題材の設定、生徒の実態や扱う題材に合った適切な発問、生徒が考える時間の確保、教師による生徒の観察、数学的に深化・発展させるような学習内容の練り上げなどである。このような「考えさせる授業」についての研究は、これまで本校数学科が最も重視してきた永遠のテーマでもある。そこで、研究主題「考えさせる授業の創造」については、今後も普遍のものとしたい。副主題には、そのときの教育情勢や全体研究に合わせ、「考えさせる授業の創造」のための具体的な手だてとなるようなものを設定していくものとする。

2. 本校数学科における「考えさせる授業」について

数学科でいう「考えさせる授業」とはどのような授業であるべきかについて、概観してみたい。もっとも重視しているのは、その授業で扱う題材である。どのような題材を用いて問題場面を設定するかによって、その授業の展開が大きく変わるからである。さらに、その題材を用いて、生徒に考えさせるための授業における工夫も重要である。ここではまず、授業で扱う題材について述べ、次に授業の流れを導入・展開・まとめという3つの過程として捉え、それぞれの過程において「考えさせる授業」を創造するための工夫について述べる。

□授業で扱う題材について

「考えさせる授業」においては「問題解決型」の授業が望ましいと考える。生徒にとって解決の必然性を感じられるような問題場面を設定し、生徒の「解決したい」という思いをもたせる題材を開発していきたい。そのような問題場面として、生徒にとって切実な現実世界の問題が考えられる。現実問題を数学化し、数学を使って問題解決するような授業である。ただ、中学校数学で解決できる現実問題はそれほど多いものではない。ときには、教えた数学的な構造を現実的な場面で置きかえた「擬似モデル」(島田茂1977)のような問題や、数学の世界だけで考えられる数学的な問題を解決するような授業も考えられる。このような場合は生徒が考えずにはいられないような、知的好奇心をくすぐる問題場面の設定が求められる。

そもそも人はどのようなときに考え始めるのだろうか。杉山吉茂氏は、「人は、知識のズレや矛盾に気がついたときには、そのままでは放っておけないという心理的傾向を持っている」ことを指摘し、「考えるとは、矛盾のない首尾一貫した法則性の支配する世界を心内に作りあげることへの努力をすることだといってよいであろう。」と述べている。つまり、生徒を知識のズレや矛盾に気づかせるような状況におくことができれば、その生徒はそれを解消しようと考え始めるというのである。そのような問題場面に生徒を立たせることで、「その原因を探りたい」「その矛盾を何とか解消したい」という強い思いをもたせるのである。このとき、配慮しなければならないことは、単にその問題だけを解決することにねらいがあるわけではないということである。その問題の背後に潜む数学的な構造をつかむことに真のねらいがある。数学的な構造をつかむことができれば、数値が変わったり、問題場面

が変わったりしても、数学を使って問題を解決することができるからである。このように考えてみると、数学的な構造をつかむために、それらの間にある関係を捉えたり、仕組みを調べたりするというねらいに主眼がおかれた問題場面の設定も考えられる。例えば、平方根の学習において、「 $\sqrt{2}$ が加わった新しい数の世界はどのような構造をもっているだろうか」という問題である。このような学習において、生徒が夢中になって考えている様子が見られることは、数学という教科のもつ特性であり、よさでもあろう。

「考えさせる授業」をするために、教師は、授業で扱う題材の数学的な背景まで含めた全体構造について研究しておく必要がある。その上で、生徒の考え方の傾向や生徒のもつ常識などを踏まえて予想される生徒の反応について丁寧に分析しておかなければならない。すなわち、教材研究こそが「考えさせる授業」をつくる上で最も重要だといえる。このような入念な教材研究の上に立って、初めて授業の中で生徒に考えさせることができるのである。

□授業の展開について

導入の過程においては、生徒がその問題を何とかして解決したくなるように、生徒がその問題場面に引き込まれるような工夫が必要となる。具体的には、生徒に与える情報について、映像や写真で与えるのか、数値データで与えるのか、実際に図をかいいたり、模型を作らせたりするのかなど、さまざまな要素が関係してくる。さらに、その数値についても後の活動を想定して、吟味を重ねて設定する必要もあろう。いずれにしても、授業の導入の過程がうまくいけば、生徒はその活動にのめり込み、教師が指示をしなくとも考え始めるであろう。

展開の過程においては、生徒が問題に取り組み、試行錯誤をしている場面が想定される。生徒が夢中になって問題に取り組んでいるときには、十分な時間を確保して生徒の思考に委ねることが大切である。生徒が誤った方向に向かっていたり、行き詰まっていたりしている様子が見られても安易にヒントを与えて誘導するようなことはせず、じっくりと粘り強く考えさせるのである。生徒の誤りや行き詰まりは必ずしも悪いものばかりではなく、それを客観的に見直すことによって正しい考えや向かうべき解決へと思考が進むこともある。本校数学科でこれまで研究してきた「作業」は、自分の思考を客観的に見直す上で有効であった。例えば、正四面体と正八面体の面を合わせると全体として何面体ができるかという問題では、頭の中で考えてみると、互いに重なり合う面を考慮して $4 + 8 - 2 = 10$ より、十面体になると予想する生徒が多い。しかし、実際に模型をつくらせてみると、2つの面で1つの平面をなす部分が3カ所あり、 $4 + 8 - 2 - 3 = 7$ より、七面体になることに気づく。生徒は自分の予想と異なるわけを知ろうと、その模型を注意深く観察し、必然的に二面角について考察を始める。このように、「作業」を重視することは、自分の思考を客観視する上で重要な役割を果たすのである。

また、教師が生徒の「作業」の様子をつぶさに観察し、他の生徒にとってよい刺激となる生徒の考えを全体で取り上げて、共有させることも有効である。それによって、生徒は教材について別の視点から見たり、自分の考えを改めて見直したりすることができる。教師は、どのようなタイミングで生徒に自分の思考を客観視させるかを見極めることが大切である。これもまた教師の教材研究の深さに依存する。また、どのような方法で生徒に自分の思考を客観視させるかも重要であり、上記はその一例に過ぎない。生徒がメタ認知できるような工夫をしたり、グループやペアを活用して、他の生徒との相互作用を促すような工夫をしたりなど、さまざまな方法が考えられる。

まとめの過程においては、生徒一人ひとりの考えや小グループごとの考えなどを全体で共有したり、共通点や相違点を見いだしたりして、学習内容を統合的に捉えてまとめたり、そこからさらに発展的に捉えて別の課題につなげたりなど、いわゆる練り上げの過程を大切にしたい。

3. 全体研究との関わりについて

全体研究では、生徒が到達した「自分なりの結論」に満足している状況を打開して、それを吟味し、改善や発展を図るような授業を「深く考える」授業としている。本校数学科の目指す「考えさせる授業」は、目指す生徒像として「1つのことにこだわりをもち、粘り強く考えることのできる生徒」を掲げていることから、同じ方向性であると考えられる。全体研究では生徒が「自分なりの結論」に満足している状態を打開するための手立てとして「視点を変える活動」を取り入れることとしている。

数学科では、「自分なりの結論」を、生徒が授業において考えた末に得られる知識や技能としての意味と、それを得るためにどのような考える過程を経たのかという、数学的な見方や考え方としての意味の2つの側面で捉えることとする。前者をプロダクトとしての「自分なりの結論」、後者をプロセスとしての「自分なりの結論」と呼

ぶこととする。また、「視点を変える活動」については、プロダクトとプロセスのどちらの側面についても、「自分なりの結論」を再評価し、確証を得たり、改善や発展を図ったりすることにつながるものと捉え、それらを「振り返る活動」として「考えさせる授業」の実現のための手立てとしていく。

数学の授業において、「振り返る活動」というとき、どのようなものが考えられるであろうか。第1に、「作業」を通して振り返る場面が考えられる。本校数学科では、「作業」を重視した授業について研究を進めてきた。実際に手を動かすことで、内在する数学的な事実や自分の思考の様相が顕在化するため、生徒は絶えず、それらについて振り返りながら試行錯誤をすることになる。その結果、生徒は夢中になって問題に取り組み、粘り強く考えることにつながったり、顕在化した生徒の思考の様相を観察して評価に生かすことにつながったり等の利点がある。「作業」を通して顕在化される、事象に内在する数学的な事実は、「作業」によって得られた知識や技能であり、プロダクトとしての「自分なりの結論」ということができる。同様に顕在化される、自分の思考の様相には、生徒が用いた数学的な見方や考え方が含まれており、プロセスとしての「自分なりの結論」ということができる。(本校数学科でいう「作業」は、模型をつくったり、図をかいたり、計算を繰り返したり、念頭操作をしたりなど、広い意味で捉えている。)

第2に、授業ノートへの記述を通して振り返る場面が考えられる。「問題解決型」の授業において、問題を解決するにあたって見通しをもち、結論の予想や解決方法の構想を立てることは大切である。それらを授業ノートへ記述させることによって、ノート記述から自分の予想や構想について振り返る場面が考えられる。また、問題解決の過程を経て到達した結論の妥当性を検証することも大切である。ここでも授業ノートへの記述を通して、到達した結論やそこに至るまでの過程について振り返る場面が考えられる。その際、自分が暗黙裏に前提としていることに目を向けさせ、評価・改善をしていくことが大切である。見通しをもつ段階で立てる結論の予想や、問題解決の過程を経て到達した結論は、プロダクトとしての「自分なりの結論」ということができる。一方、解決方法の構想を立てたり、問題を解決したりする過程は、生徒が用いた数学的な見方や考え方が含まれており、プロセスとしての「自分なりの結論」ということができる。

第3に、問題を解決する過程において、他者との相互作用を通して振り返る場面が考えられる。自力解決において、ペアやグループを活用して他の生徒と交流しながら問題について考える際に、自分で見いだしたことがらやそこに至るまでの過程について振り返る場面が考えられる。また、全体で考えを発表し合い、共有するときに、発表された考えの共通点や相違点を挙げるなど比較検討をしながら振り返る場面が考えられる。他者と考えの交流をする場面では、見いだしたことがらについて振り返ることもあれば、そこに至るまでの見方や考え方を振り返ることもある。その意味で、プロダクトとしての「自分なりの結論」とプロセスとしての「自分なりの結論」の両方について、振り返る場面であると言える。

本研究では、上記の3つの活動を重視していくものとし、研究副題「振り返る活動を重視して」を設定した。

4. 本研究の目的と手立て

本研究の目的は、「考えさせる授業」を構成・実践することを通して、生徒の考える力を育成することである。また、振り返る活動を重視することにより、生徒が自分の考えを再評価し、確証を得たり、改善や発展を図ったりすることができるようにしていく。そこで、本研究では、次の2つの手立てを取り入れた授業づくりを進めていく。

① 生徒の知的好奇心を揺さぶり、生徒が自然と考えたいような問題を設定すること

先述したように、数学の授業において、生徒に考えさせる授業を構成する場合、「問題解決型」の授業を構成する。その際、扱う題材については、次のような側面が考えられる。第一に、解決が迫られている切実な現実問題や教えた数学的な内容を含む「擬似モデル」の問題、数学の世界における問題などを、数学を使って解決することに主眼がおかれた授業である(昨年度の公開研究会における2本の授業はこれにあたる)。第二に、事象の構造をつかむために、それらの間にある関係を捉えたり、仕組みを調べたりすることに主眼がおかれた授業である。いずれの授業においても、教師は、その題材の数学的な背景まで含めた全体構造や、生徒の実態を踏まえた予想反応例について、緻密に教材研究を深めておく必要がある。

② 振り返る活動を取り入れること

振り返る活動を取り入れることによって、生徒が「問題解決型」の授業において、見いだしたことがらやそこに至るまでの過程を再評価し、確証を得たり、改善や発展を図ったりすることができるようにする。具体的には次の3つの活動を取り入れていく。

- A. 「作業」を通して振り返る活動
- B. 授業ノートへの記述を通して振り返る活動
- C. 他者との相互作用を通して振り返る活動

5. 研究の内容

- (1) 教材を開発し、実際に授業実践を行い、生徒が考えたいくなるような数学的に内容の豊かな教材を探る。
- (2) 授業の最中や授業後の生徒の様子を観察し、「振り返る活動 (A~C)」のあり方を探る。
- (3) 授業実践を本校数学科のカリキュラムに位置づけ、追実践を行うなどの継続した研究にしていく。

6. 研究のまとめ

今年度は、以下の3本の授業実践を行った。

【平成27年度】		
i 「自然数の和で等式をつくってみよう」(1年 文字と式)	事前研究会	櫻井 順矢
ii 「赤玉はいくつ入っているのか?」(2年 確率)	中等教育研究会	井上 透
iii 「ジェットコースターの速さの変化を調べよう」(3年 関数 $y=ax^2$)	中等教育研究会	日向 昭子

これらの実践のうち、**i**「自然数と和の等式」については教材について述べるにとどめ、全体研究に対する成果と課題については、**ii**「赤玉の数当て」と**iii**「ジェットコースター」の各実践を中心に述べていく。具体的には、数学科として「深く考える」授業をどう捉えて実践を行ったのか(研究の内容(1)に相当する)、また、「視点を交える」活動としてどのような活動を取り入れたのか(研究の内容(2)に相当する)について、各実践に基づいて考察していく。

i「自然数と和の等式」(原案は、元山梨大学吉川行雄教授)は、自然数の並びの中に、和が等しくなる関係があることに目を向けさせる題材である(右図参照)。それぞれの等式に並ぶ自然数の個数は、3, 5, 7, 9, ...と奇数個になっている。連続する自然数が重複なく並ぶため、各段の一番左の数は平方数となる。平方数から始まる連続する自然数の個数は、左辺を $(n+1)$ 個とすると、右辺は n 個となる。平方数を x とすると、次のように表すことができる。

$$1 + 2 = 3$$

$$4 + 5 + 6 = 7 + 8$$

$$9 + 10 + 11 + 12 = 13 + 14 + 15$$

$$16 + 17 + 18 + 19 + 20 = 21 + 22 + 23 + 24$$

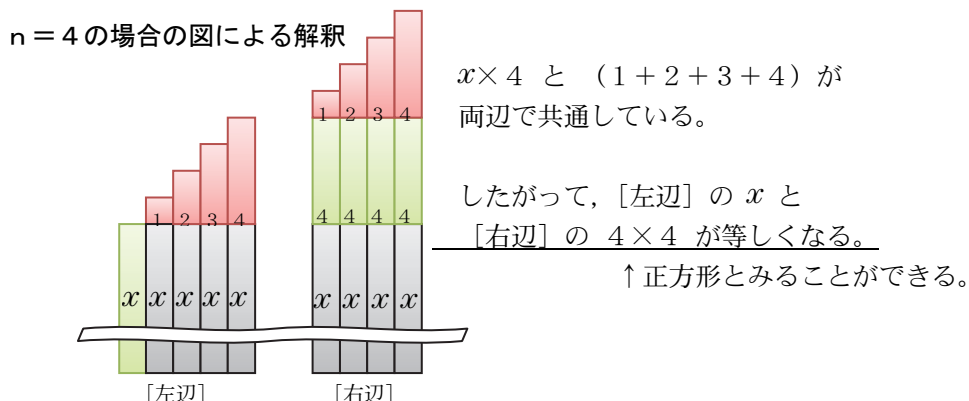
. . . .

$$[\text{左辺}] = x + (x+1) + (x+2) + \dots + (x+n)$$

$$[\text{右辺}] = (x+n+1) + (x+n+2) + \dots + (x+2n)$$

$$[\text{左辺}] - [\text{右辺}] = x - n^2$$

これにより、 $x=n^2$ となるのである。生徒にはこの構造に気づかせたい。下の図のように面積図で表すこともできる。また、 x が平方数でない場合についてはどうなるのかについても考えさせてもよい。



授業では、生徒が多様な考えを示したが、十分に生かしきれなかった。数学的に豊かな内容を含む可能性のある教材であるため、今後より一層の教材研究を深め、追実践を行っていきたい。

ii 赤玉はいくつ入っているのか？（確率：全10時間の1時間目）

授業者 井上 透

(1) 日 時 平成27年10月3日（土） 11:10～12:00

(2) 場 所 山梨大学教育人間科学部附属中学校 2年1組教室（2階）

(3) 本時のねらい

- 事象の起こりやすさに関心を持ち、実験して起こりやすさにちがいがあるかどうかを調べたり、起こりやすさの割合に着目して数値で表すことを考えたりすることができる。
- 多数回の試行を通して、不確定な事象の起こりやすさの傾向をよみとることができる。

(4) 展 開

過程	指導内容及び学習活動	予想される生徒の反応	指導上の留意点
把握する	<p>1. 課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px 0;"> <p>問題 赤玉と白玉が入った袋がある。袋の中を見ることはできないが、袋の中に赤玉と白玉が合わせて20個入っていることはわかっている。袋の中を見ずに、赤玉、白玉がそれぞれいくつ入っているか知ることはできないか。</p> </div> <p>◎それぞれの玉の個数を知ることは可能だろうか。</p> <p>◎どうすれば赤玉、白玉の個数を知ることができるのか？</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・「袋の中を見ずに」というのは無理なのではないか。 ・正確にはわからなくても、およその数ならわかるのではないか。 ・何もせずに個数を知ることなどできない。 ・袋の中から玉を取り出してもよいのか。 ・袋の中から玉を繰り返し取り出し、出方の割合（相対度数）から玉の個数が予想できるのではないか？ 	<p>◇1回につき1個取り出し、取り出した玉は袋に戻すものとする。</p>
追究する	<p>2. 実験を行い、相対度数を求める。</p> <p>◎小グループになり、10回ずつ実験を行い、合計100回の実験結果を記録に残す。</p> <p>◎結果として、どんなことが言えそうか？</p> <p>3. グループごとの実験結果を合わせて、記録を累計していく。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・4人ずつグループを作り、10回玉を取り出し、赤玉が出た回数を記録していく。それを繰り返す。 ・10回取り出しただけでは、連続して同じ色ばかり出てくることもあるため、予想がつけにくい。 ・10回ずつの結果を見ているだけではあまり意味がない。回数を合わせていけばよいのではないか。 ・回数を増やしていけば、予想がつけられそう。 ・でも、100回でもまだまだ何とも言えない。さらに回数を増やせば、もっと傾向が見えてくるのではないか。 <p>・回数はだいぶ増えた。</p>	<p><u>A. 「作業」を通して振り返って考える活動</u></p> <p><u>B. 授業ノートへの記述を通して振り返る活動</u></p> <p>◇本来1つの袋で同じ条件で行う実験だが、全員で分担して実験していると仮定していることも確認する。</p>

	<p>◎各グループ合計100回の実験結果を合わせて、回数の累計と相対度数を算出する。</p> <p>◎回数を増やしてみて、どんなことが言えそうか。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 回数だけでは何とも言えない。 回数ではなくて、相対度数にすれば、どのくらいの割合で赤玉が出るかがわかる。 割合のばらつきが小さくなってきているように感じる。 	<p><u>A. 「作業」を通して振り返って考える活動</u></p> <p><u>B. 授業ノートへの記述を通して振り返る活動</u></p>
発表する	<p>4. 多数回の実験を通して、相対度数を調べ、気がついたことを発表する。</p> <p>◎グループごとの実験結果を集約して、最大1000回取り出したときの記録とすると、どんな傾向が見えてきたかを発表する。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 初めは相対度数にばらつきがあったが、徐々に小さくなった。 回数が増えるにつれて、相対度数が一定の値に近づいていく。 	<p>◇相対度数の変化にも着目させたい。</p> <p><u>C. 他者との相互作用を通して振り返る活動</u></p>
まとめ	<p>5. 本時の学習を振り返る。</p> <p>◎「確率」の定義を知る。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 10px 0;"> <p>結果が偶然に左右される実験や観察を行うとき、あることが起こると期待される程度を数で表したものを「確率」という。「確率がpである」とは、同じ実験や観察を多数回くり返すとき、そのことが起こる相対度数がpにかぎりなく近づくという意味である。</p> </div> <p>◎学習を通して興味をもったこと、苦勞したこと、発表を聞いて思ったこと、疑問などを学習感想に書く。</p>	<ul style="list-style-type: none"> 実験を行って確率を求めるとは意外だった。 「確率が～」というけど、相対度数がある値に近づいていくということなんだと改めて知った。 	<p>◇統計的側面からの意味づけを行う。</p> <p><u>A. 「作業」を通して振り返って考える活動</u></p> <p><u>B. 授業ノートへの記述を通して振り返る活動</u></p>

(5) 全体研究とのかかわり

◎数学科として「深く考える」授業をどう捉えて実践を行ったのか(研究の内容(1)に相当する)

本授業においては、生徒に確率の意味をどのように捉えさせるかが重要なポイントであると考えた。確率の学習では、樹形図や表を用いて順序よく起こり得る場合を調べたり、計算によって数学的確率を求めたりすることについて重きが置かれがちである。しかし、確率の意味の理解が十分でなかったという全国学力・学習状況調査の結果からすると、やはり確率の意味をしっかり捉えさせる指導が必要である。そのためには、確率を単に計算によって求められる数学的確率のことを指すのではないという授業を行わなければならない。日常生活の中においても確率という言葉を目にするところがあるが、中には適切に意味を捉えていないと思われる場面もしばしば見受けられ、適切でない思いこみで捉えてしまっている生徒もいるのではないと思われる。生徒がいかにして確率の意味をきちんと理解できる場面を作れるか、提示する問題も丁寧に考え、設定しなければならない。「ダランベールの誤り」のような事例もあり、確率を用いて吟味させるような投げかけ方、問い方にも工夫が必要である。そこで本授業では、事象の起こりやすさを、統計的確率を用いて説明する問題解決的な授業も展開できればとも考えている。

◎「視点を変える」活動としてどのような活動を取り入れたのか（研究の内容(2)に相当する）

A. 「作業」を通して振り返って考える活動

本単元では、起こり得る場合を樹形図や表にかきだして調べ、確率を求めることが行われる。その中で、題意に則して考えたりすることも十分あると考えられる。また、確率の意味を学習する授業では、多数回の試行を繰り返し行い、その過程で相対度数の変化にも着目させ、実際の経験を通して相対度数のばらつきが小さくなり、一定の値に近づいていくことに気づかせたい。

B. 授業ノートへの記述を通して振り返る活動

確率の意味についての学習では、授業を通して、少数回の試行で事象の傾向をとらえることは難しく、傾向をとらえるためにはさらに多くの試行が必要であることや、起こりやすさを相対度数にする必要性に気づかせたいと考える。また、確率を求める場面では、求めた確率でよいのか、考え方が適切であったかなどを見直す場面の設定も取り入れたい。そこで、場面場面で必要に応じて、気づいたことや考えたことを記録させていき、授業まとめの学習感想において自己の変容についても書かせるようにしていきたいと考える。

C. 他者との相互作用を通して振り返る活動

一授業時間の中で、自分の考えや意見を隣同士や小グループで交換し合う中で、共通点や相違点を見出したり、相違点の原因を探ったりする場面も設定したいと考えている。

(6) 考 察

授業では4人の小グループに分かれ、グループごとに全体で確認した方法に基づいて袋の中から玉を取り出す実験を繰り返し行い、赤玉の出る割合を調べた。注目した生徒Wは100回の実験のうちで「41回赤玉が出た」ことから、「 $20 \times 41 / 100 = 8.2 \rightarrow 8$ コ」と袋の中の赤玉の個数を予想した。その生徒は100回の実験を終えて、赤玉の個数をいったん予想した後に、グループの仲間と相談して、さらにもう50回実験を追加した。そして、50回の追加実験のうちで赤玉が「21回赤玉が出た」ことから「 $20 \times 21 / 50 = 8.4 \rightarrow 8$ コ」と予想し、2回の予想から袋の中の赤玉の個数を「8コ」と結論づけた。実験結果に基づいた予想から、さらに実験回数を増やして多くの資料を得ることで、より正確に赤玉の個数の割合を求められないかを模索していることがうかがえる。

その後の学級全体での検討では、各グループの実験結果を集め、それを累計して1100回の実験を行ったものと考え、赤玉の出る割合「 $442 / 1100$ 」を求めた。それを赤玉の個数の割合として、「 $20 \times 442 / 1100 = 8.03636 \dots \rightarrow 8$ コ」と袋の中の赤玉の個数を改めて結論づけた。小グループでの実験を終え、全体で検討する場面において、「グループとしては100回、50回の両方の結果から、白玉：赤玉の個数の比は3：2であると考えた」と述べていた。しかし、各グループの結果発表から、個数の予想や100回中に赤玉の出た回数がグループによってまちまちであることから、累計して割合を求めることになったが、頷きながら話に耳を傾け、納得したうえで計算に取り組んでいる様子であった。

学習感想の記述には、「少ない回数では正確でないことも母体が大きくなれば“必ず”とあってよいほど正確な値になることに驚いた。ある程度正確になることは知っていたが、ここまで正確な値が出るとは思っていなかった。また1つ良い知識として今後もさまざまな場面で利用してみたい。改めて数学のおもしろさを発見することができた。」とあった。

普段に比べ今回の授業では、生徒Wにしては発言が少なく、難儀している様子が感じられた。日常的にじっくり丁寧に考えたり、工夫して考えたりしようとする生徒であるため、Wにとって授業初めの赤玉の個数を知る方法を考えるところではまだまだ疑問が残る部分もあったのではないかと考える。また、他の生徒の中にも同様の生徒がいたのではないかと考える。質問も含めて生徒からの意見をもう少し発表・交流、検討させる方がよかったのではないかと反省している。

iii ジェットコースターの速さの変化を調べよう（関数 $y=ax^2$ ：全13時間の1時間目）

授業者 日向 昭子




(1) 日時 平成27年10月3日（土） 10:00～10:50

(2) 場所 山梨大学教育人間科学部附属中学校 3年2組教室（3階）

(3) 本時のねらい

ジェットコースターが斜面をのぼるときとおりるときの、速さの変化の様子を数学的に考え説明する活動を通して、これまで学習してきた1次関数とは異なる、関数 $y=ax^2$ を考えることができる。

(4) 展開

過程	指導内容及び学習活動	予想される生徒の反応	指導上の留意点
導入	<p>1. 問題場面を把握する。 ジェットコースターで、斜面をのぼるときとおりるときのそれぞれの映像を見る。</p> <p>問題1 ジェットコースターの映像で、ジェットコースターが斜面をのぼるときの速さと、おりるときの速さは、それぞれどうなっていますか。</p>	 <p>〈のぼるときについて〉</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ ゆっくりのぼっている。 ・ 一定の速さで進んでいるようだ。 <p>〈おりるときについて〉</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ のぼるときより速い。 ・ だんだん速くなっている。 	<p>①生徒の知的好奇心を揺さぶり、生徒が自然と考えたいような問題を設定すること</p> <p>・ジェットコースターの速さを示すために、平均の速さや瞬間の速さではなく、時間と距離の関係に着目させるようにする。</p>
展開	<p>2. 課題を把握する。</p> <p>問題2 ジェットコースターの映像で、ジェットコースターが斜面をのぼるときの「速さ」と、おりるときの「速さ」の変化が、それぞれどのようにになっているか説明しよう。</p> <p>・動画を使いながら考えさせる。</p>	<p>*イメージ図〈斜面をのぼるとき〉 ※写真中の○は3秒ごとコマ送りした時のジェットコースターの位置を示している</p>  <p>〈斜面をおりるとき〉 ※写真中の○は1秒ごとコマ送りした時のジェットコースターの位置を示している</p> 	<p>A. 「作業」を通して振り返る活動</p> <p>B. 授業ノートへの記述を通して振り返る活動</p>
展開	<p>3. 課題の追求</p>	<p>①一定の時間に進んだ距離を比較して考える場合。(イメージ図でいう○と○の間隔に着目する場合)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・ 斜面をのぼるときは、一定の時間に進んだ距離がほぼ同じだから、速さは一定であるといえる。 	

	<p>4. 別の見方をする。 ○運動体解析ソフト「運動くん」を用いてグラフにして考える。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・斜面をおりるときは一定の時間に進んだ距離が一定ではなく、だんだん長くなっているため速さは一定ではない（速くなっている）といえる。 ②斜面をのぼりはじめてからの時間と進んだ距離、斜面をおりはじめてからの時間と進んだ距離を比較して考える。 ・斜面をのぼるときは、時間が2倍、3倍・・・になると、進んだ距離も2倍、3倍・・・になることがわかる。 ・斜面をおりるときは、時間が2倍、3倍・・・になっても、進んだ距離は2倍、3倍・・・になっていない。 ・斜面をのぼるときはグラフは直線に近いが、おりるときはグラフは直線ではなさそうである。 	<p>C. 他者との相互作用を通して振り返る活動</p> <p>★「視点を変える」活動 ジェットコースターの動画や写真から、時間と距離の関係を考えてきているが、視覚的に既習の1次関数と未習の1次関数ではない関数の違いがとらえやすいグラフを書く活動をさせたい。</p>
<p>まとめ</p>	<p>5. まとめ これまで学習してきた1次関数とは違う関数をこれから学習していくことを伝える。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・本時を通して、これから学ぶ単元について気付いたことや学習感想を記入させる。 	<ul style="list-style-type: none"> ・グラフは直線ではなさそうだ。 ・変化の様子が一定ではなさそうだ。 	

(5) 全体研究との関わり

◎数学科として「深く考える」授業をどう捉えて実践を行ったのか（研究の内容(1)に相当する）

本時は、関数 $y=ax^2$ の導入である。具体的な事象の2乗に比例する関数の導入場面として、遊園地にあるジェットコースターを扱うことにより生徒の興味をもてるようにした。また、ジェットコースターが斜面をのぼるときとおりるときの2つの場面において考えさせ、斜面をのぼるときは時間と距離の関係から、2年次に学習した1次関数を振り返らせることで、斜面をおりるときの時間と距離の関係が2乗に比例する関数になることを、1次関数と対比しながら考えやすくなるようにした。ジェットコースターが斜面をのぼるとき、一定時間に進んだ距離は一定の増え方をするが、斜面をおりるときは、一定時間に進んだ距離は一定に増えないことに気づかせ、速さの変化を数学的に解釈するような活動を行った。また、グラフの概形を用いることで、1次関数と2乗に比例する関数の対比が視覚的にもしやすくなるような導入にしたいと考えた。

◎「視点を変える」活動としてどのような活動を取り入れたのか（研究の内容(2)に相当する）

A. 「作業」を通して振り返る活動

本課題では、実際の映像などから、ジェットコースターの動きを分析し、「速さがだんだん速くなる」ということがどういうことなのかを考えさせた。また、既習の1次関数との比較ができるように、ジェットコースターの斜面をのぼるときとおりるときで対比させながら考えさせた。「速さ」というものについて、進んだ時間と進んだ距離の関係から考えるように促しながら、グラフをかかせて視覚的に比べるようにした。

B. 授業ノートへの記述を通して振り返る活動

図やグラフ、文章に表してノートに残すようにさせ、考えている視点の変化がわかるようにした。また、変化の割合が一定ではないことなど本時で気付いたことが、これ以降の学習でも関連する場面があることが予想される。

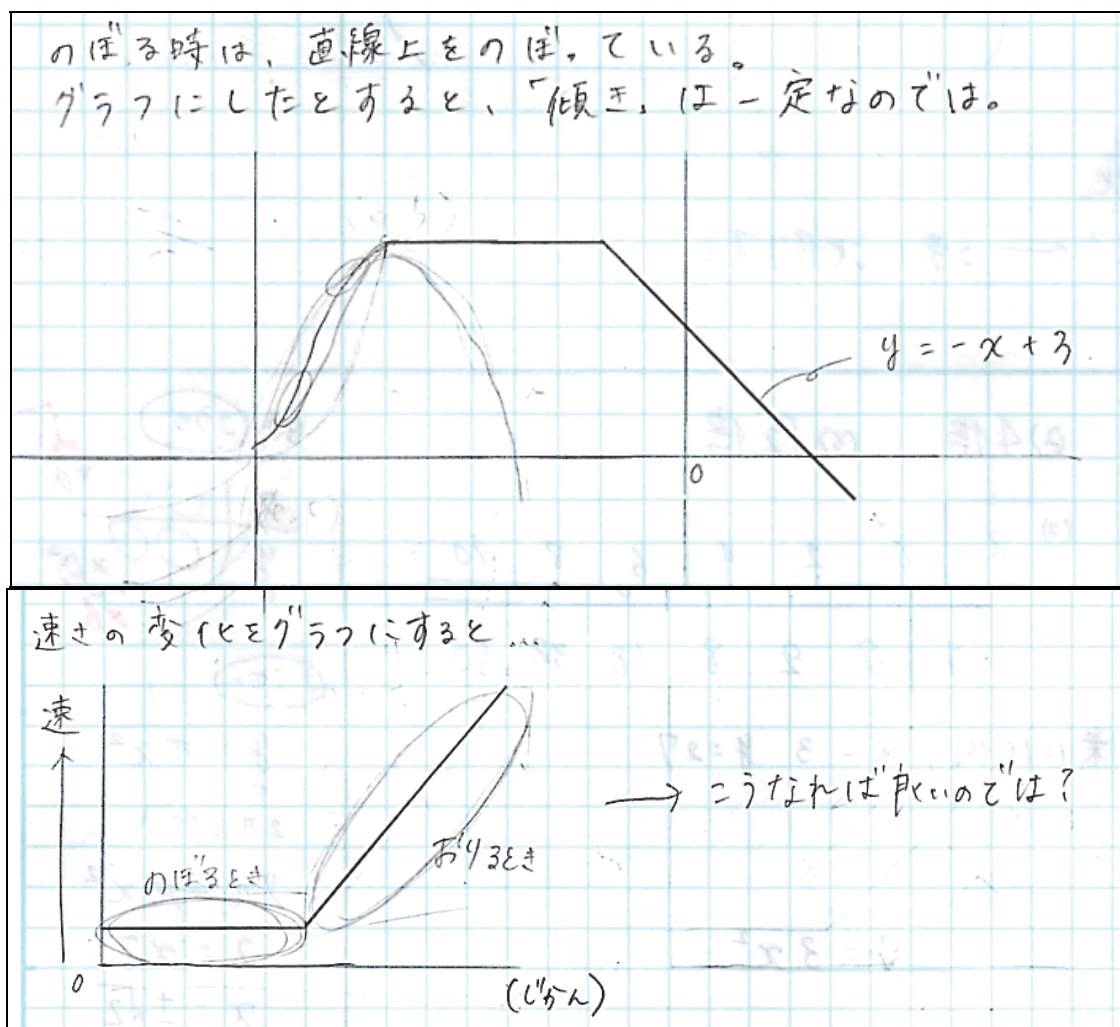
C. 他者との相互作用を通して振り返る活動

他者との交流を通して、「速さがだんだん速くなる」ということがどういうことなのかについて議論をしたり、他の見方や考え方を知ったりすることによって、自分の考えを客観視させたい。また、他人の意見を聞くことにより、新たな疑問が浮かび、自分の考えを再評価し改善させたり、更に発展させたりすることを期待したい。

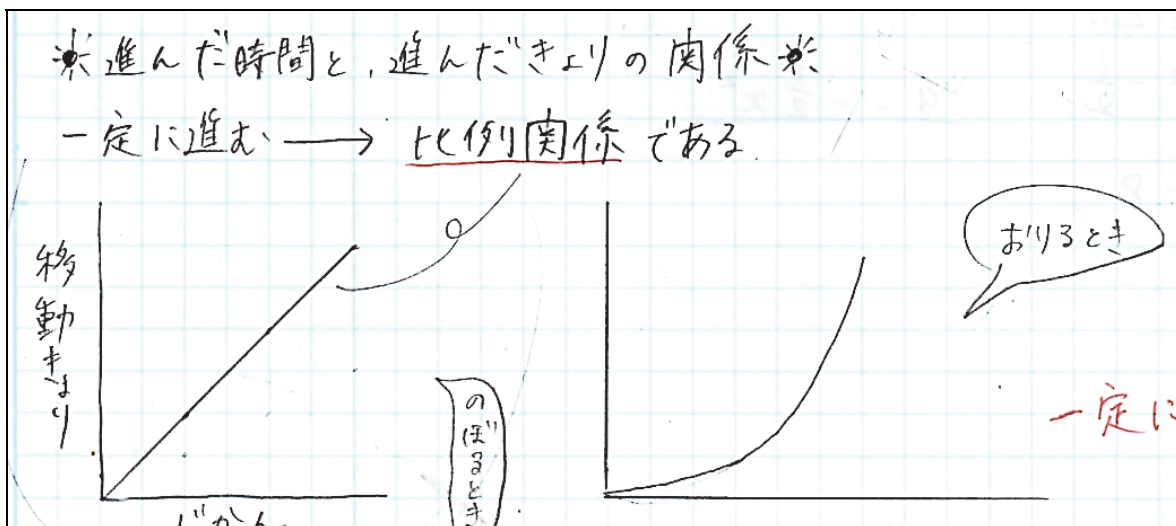
(6) 考察

導入については、ジェットコースターの目線カメラの映像を用いることで、生徒の興味を引くことはできた。しかし、それを問題解決のプロセスにおいても持続させることができなかつたことは、教師の発問でねらっていたことと、生徒の実態とのずれから来るものであると考えられる。生徒に考えさせることがらは何かをはっきりさせることが課題である。何を考えればよいのかがわかっていれば、生徒も活動しやすいであろう。

ジェットコースターの斜面をのぼるときとおりるときの速さの変化について、生徒Mは下の図のように捉えていた。時間と距離の関係のグラフでは、グラフの形状がジェットコースターの斜面の形状と一致していると考えていることがうかがえる。また、時間と速さの関係のグラフについては、理科で学習した経験に基づいている。これらのグラフは、この生徒の「自分なりの結論」であると言える。



時間と速さの関係で捉えていた様子が見てとれたため、「速さ」を時間と距離の関係に着目させるよう促した。このことにより、生徒Mは下の図のように、グラフを直線でかき、比例関係と記述している。これは、生徒Mが、斜面をのぼるときは速さが一定であり、時間と距離の関係が比例関係であることに気づくことができたと考えられる。さらに、斜面をおりるときについて、斜面をのぼるときと対比させ、速さが一定でないことをもとに、グラフを曲線で描き、直線のグラフにならないことを直観している。生徒Mは、時間に伴って速さが変化する様子を捉えようとしたことによって、距離の変化が一定でないことに気づき、グラフが直線にならないことに気づいたのであろう。



7. 今後の課題

今年度は、振り返る活動を重視した授業実践を行ってきた。ここで言う「振り返る」対象は、全体研究における「自分なりの結論」である。数学科では、プロダクトとしての「自分なりの結論」とプロセスとしての「自分なりの結論」があると捉えている。第2学年のii「赤玉の数当て」では、実験の結果としての $20 \times 41 / 100 = 8.2$ や $20 \times 21 / 50 = 8.4$ や他グループを含めた $20 \times 442 / 1100 \approx 8.04$ を振り返っていた様子は見られた。しかし、そこに至るプロセスにおいて、赤玉が出た回数の割合が変化しながらもばらつきが小さくなり、少しずつ $2/5$ に近づいていく様子まで捉えていたかどうかは見とることができなかった。プロセスとしての「自分なりの結論」をもたせることやそれを振り返らせることについては、そのことに問いをもたせるような発問の工夫や生徒の考えを記述させる工夫が必要であろう。また、第3学年のiii「ジェットコースター」でも、自分で考えた結果としてかいた、時間と距離の関係を表すグラフや、時間と速さの関係を表すグラフを振り返っていた様子はみられた。それらに対比することによって、斜面をおりるときの時間と距離の関係を表すグラフが曲線になることに気づくことができた。しかし、そのようなグラフに至ったプロセスについて振り返ることができたかどうかは見とることができていない。つまり、プロダクトとしての「自分なりの結論」を振り返ることはでき、そこから新しい結論を導くことはできたが、プロセスとしての「自分なりの結論」を振り返ることについては、課題が残されている。

プロセスとしての「自分なりの結論」を振り返るためには、第一に、生徒が問題に対して誠実に粘り強く考えることができる状況を授業の中に作り出すことが必要である。生徒の数学的な見方や考え方が顕在化されるような内容の豊かな教材、その教材についての十分な教材研究が何よりも重要である。第二に、プロセスとしての「自分なりの結論」が可視化されるような工夫が必要である。具体的には、作業を重視することと、他者との相互作用を促すことを大切に、来年度の研究に繋げていきたいと考える。

《参考文献》

- 杉山 吉茂 (1977), 「第1章 考えることと教育」「2 「考える」態度や能力を伸ばす指導」, 『教育学研究全集 第13巻 考えることの教育』, 第一法規, PP.41-57
- 島田 茂 編著 (1977), 『算数・数学科のオープンエンドアプローチ』, みずうみ書房
- 松原 元一 編著 (1987), 『考えさせる授業 算数・数学』, 東京書籍
- 半田 進 編著 (1995), 『考えさせる授業 算数・数学 実践編』, 東京書籍
- 松原 元一 (1990), 『数学的な見方考え方 子どもはどのように考えるか』, 国土社
- 山梨大学教育人間科学部附属中学校 (2005~2014), 研究紀要
- 文部科学省 (2008), 『中学校学習指導要領解説数学編』, 教育出版