

考えさせる授業の創造

～「作業」を重視して～（2年次／3年計画）

小松 琢朗 小松 健一 荻原 崇

1 テーマ設定の理由

本校数学科で目指す生徒像は、「問題の解決に向けて粘り強く、誠実に取り組もうとする生徒」「対話を通し、自他の考えを認め合いながら、統合させたり、発展させたりできる生徒」である。問題に対してあきらめずに、個人としても集団としても、前向きに挑戦する生徒を育てたい。そのためには、日々の授業において、生徒が考える場を設定し、教師が積極的に関わり、問題に対して誠実に向き合い、何とか解決しようと粘り強く取り組む経験を数多くさせることが大切である。そのような授業を行うために、教師は教材研究をし、授業における課題提示を工夫するなどして、生徒が主体性をもって考えたいような場をつくる必要がある。また、学習の過程において、あたかも生徒が自分で学習を深化・発展させたと感じるように、教師がうまく働きかけをしなければならない。松原（1987）は、「考えさせる授業とは、子どもに活発な自己活動をさせることである。そのとき子どもは授業に夢中になる。数学を学ぶ中に、自我の自覚があり、必然的に数学を学ぶことの必要性を直観することになるのである。」と述べており、授業の在り方として「考えさせる授業」の重要性について言及している。また、杉山（2012）は「考える力を育てるには、考えさせる場を作り、実際に考えさせることが大切である」と述べている。このことをもとに本校数学科では、生徒が主体的に考えられるような場を、教師が設定することを目指し「考えさせる授業の創造」を研究主題として設定した。ただし、教師が場を設定しただけでは「考える姿勢」や「考える過程」を教えるということは難しい。したがって、具体的な方策として、作業を重視した授業作りを推進していく。「作業」によって具体的に事象を捉えることができ、観察を続けることで、先の見通しややり直しなど、絶えず思考を継続させることができる。また、生徒が作業を通して課題に集中することができるという利点も考えられる。よって、副題を「『作業』を重視して」とし、生徒の「考える力」の育成に努めたい。（本校数学科でいう「作業」は、模型をつくったり、図をかいたり、計算を繰り返したり、念頭操作をしたりするなどの意味で捉えている。しかし、松原（1987）が述べている「作業の本質は思考である」ということが原則である。）

2 本校数学科における「考えさせる授業」について

そもそも、「考える」とはどういうことか。杉山（2012）は、「もし、「考える」ということが「意識の流れ」をいうとすれば、人は誰でも、いつでも考えている。そのようなことを「考える」範疇にいれるとすると、考えないことなどできないことになるであろう。」と述べた上で、「考える」とは「ただなんとなく考えることを言うのではなく、そこから適切な行動が生まれ、何か価値あるものが生まれるような「考える力」を言っている」と述べている。したがって、本校数学科で「考えさせる授業」というときの、生徒が「考える」状態というのは、「意識の流れ」のような無目的なものは含めず、問題解決のための生徒の活発な自己活動があり、その中で数学を学ぶことの必要性を感じたり、数学の創造のおもしろさを感じたりできる状態であると捉える。このような状態を授業の中に創り出すことを「考えさせる授業」と捉えている。

さて、このような授業を創造するに当たり、もっとも重視しているのは、その授業で扱う題材である。松原（1987）は、「考えさせる授業は、子ども自身が考える授業であり、それには、考える時間を子どもに保証する必要がある。そして、対象なしで一般的な考え方を指導するような授業ではない。」「考えさせるとは、子どもを課題に当面させてその課題に集中させることである。そして、その課題とは各人にとっての課題なのである。その課題解決の過程で、直観も

論理も働く。そして、いわゆる数学的な考え方も使われるのである。その結果、関連する既習事項が思い出され解決に至るのである。」と述べている。どのような題材を用いるかによって、その授業の展開が大きく変わる。そして、その題材を用いた授業における工夫も重要である。ここではまず、授業で扱う題材について述べ、次に授業の構成について、考えさせる授業を創造するための工夫を述べる。

(1) 授業で扱う題材について

「考えさせる授業」における題材については、次の2つの側面が考えられる。

1つ目は、生徒がたてた予想と知識の間にズレや矛盾が生じるような題材である。杉山(2012)は、生徒にとって解決が迫られる切実な現実問題を含む題材や、日常生活や社会の中にある数学が活用されている題材は「考えさせる授業」の題材として望ましいが、そのような題材はそうそう見つからない。そこで、「人は、知識のズレや矛盾に気がついたときには、そのままでは放っておけないという心理的傾向を持っている」という考えから、「生徒を知識のズレや矛盾に気づかせるような状況におくことができれば、その生徒はそれを解消しようと考え始める」と述べている。そのような問題場面に生徒を立たせることで、「その矛盾を何とか解消したい」「その原因を探りたい」という強い思いをもたせたい。

2つ目は、多様な解決方法があるような問題を設定できる題材である。考えさせる授業の題材は、単にその問題だけを解決することにねらいがあるわけではない。その問題に含まれる数学的な構造をつかむことに真のねらいがある。数学的な構造をつかむことができれば、数値が変わったり、問題場面が変わったりしても、数学を使って問題を解決することができるからである。時には、構造をつかむなかで、数学の美しさに気付き感動するような文化的な価値を感じさせたい。

どちらの題材であっても、「考えさせる授業」をするために、教師は、その題材の数学的な背景まで含めた全体構造について研究しておく必要がある。その上で、生徒の考え方の傾向や生徒のもつ常識などを踏まえて予想される生徒の反応について丁寧に分析しておかなければならない。すなわち、教材研究こそが「考えさせる授業」をつくる上で最も重要だといえる。このような入念な教材研究の上に立って、初めて授業の中で生徒に考えさせることができるのである。

(2) 授業の構成について

半田(1995)は「よい導入は、授業の雰囲気づくりではない。課題の本質に対して深く考えさせることである。」と述べている。そのために導入の過程においては、生徒がその問題を何とかして解決したくなるように、生徒をその問題場面に引き込むような工夫が重要となる。具体的には、生徒に与える情報を、映像や写真で与えるのか、数値データで与えるのか、実際に図をかいたり、模型を作らせたりするのかなど、さまざまな要素が考えられる。さらに、数値を扱う場合には、その数値についても後の活動を想定して、吟味を重ねて設定する必要もあろう。そのためには課題の本質を教師が把握する必要がある。いずれにしても、授業の導入の過程がうまくいけば、生徒はその活動にのめり込み、教師が指示をしなくとも考え始めるであろう。

展開の過程においては、生徒が問題に取り組み、試行錯誤をしている場面が想定される。生徒が夢中になって問題に取り組んでいるときには、十分な時間を確保して生徒の思考に委ねることが大切である。生徒が誤った方向に向かっていたり、行き詰まっていたりしている様子が見られても安易にヒントを与えて誘導するようなことはせず、じっくりと粘り強く考えさせるのである。生徒の誤りや行き詰まりは必ずしも悪いものばかりではなく、それを客観的に見直すことによって正しい考えや向かうべき解決へと思考が進むこともある。この解決の過程が「考える」ことであり、生徒に活動させることが「考えさせる授業」である。また、本校数学科でこれまで研究してきた「作業」は、自分の思考を客観的に見直す上での手立てとなった。また、教師が生徒の「作業」の様子をつぶさに観察し、他の生徒にとってよい刺激となる生徒の考えを全体で取り上げて、共有することも有効である。それによって、生徒は教材について別の視点から見たり、自分の考えを改めて見直したりすることができる。生徒がお互いの考え

を共有するためには、自分で考え、試行錯誤を繰り返すことで課題に対する理解を深めている必要がある。「生徒が十分に課題に対する理解を深めているか」を捉えていなければならない。そのため、教師は生徒に自分の思考を客観視させるか、そのタイミングを見極めることが大切である。杉山(2012)は、授業は、個人内で行われる思考が外に現れたものであり、そこで行われる外的な問答、対話が内的な思考を育てると述べている。このことから、授業内で、生徒がメタ認知できるような工夫をしたり、グループやペアを活用して、他の生徒との相互作用を促すような工夫をしたり、さまざまな方法を用い、生徒の「考える力」を育てたい。

まとめの過程においては、生徒一人ひとりの考えや小グループごとの考えなどを全体で共有したり、共通点や相違点を見いだしたりして、学習内容を統合的にとらえてまとめたり、そこからさらに発展的にとらえて別の課題につなげたり、いわゆる練り上げの過程を大切にしたい。その中で、生徒が「なるほど」と感情に納得を与えられる授業が「考えさせる授業」である。

3 本校数学科の研究について

(1) 研究の目的と手立て

本研究の目的は、「考えさせる授業」を構成・実践することを通して、生徒に数学を学ぶことのよさを実感させることと、生徒の考える力を育成することである。そこで、次の2つの手立てを取り入れた授業づくりを行う。

①生徒が自ら考えたいくなるような問題(題材)を設定する

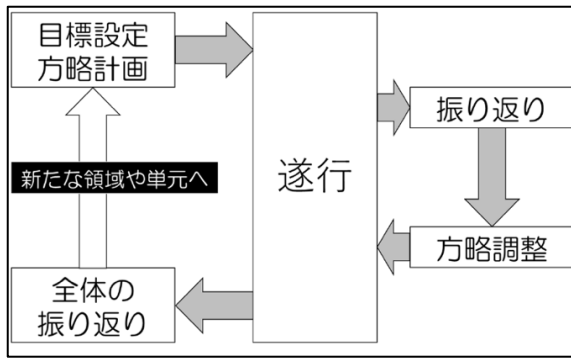
先述したように、数学の授業において、生徒に考えさせる授業を構成する場合、「問題解決型」の授業を構成する。その際、教師は、その題材の数学的な背景まで含めた全体構造や、課題に対して生徒の実態を踏まえた予想される生徒の反応例について、課題の本質をつかむまで緻密に教材研究を深めておく必要がある。

②作業を重視する

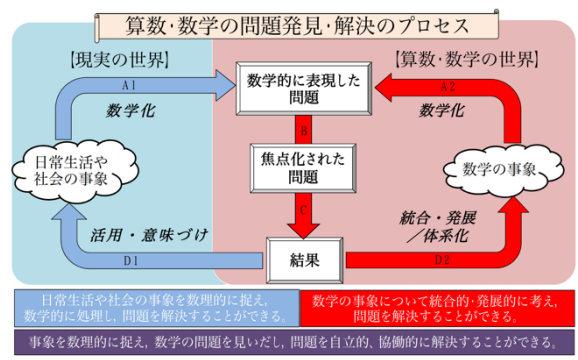
作業を重視することの利点は以下の3つが考えられる。

- ・ものをつくったり、手にとって観察したりすることで、生徒の思考が促される。また、別々に身に付いていた知識や性質の関係が結びついたり、既習の知識が新たな課題解決の手掛かりとなったりする手立ての1つとなる。
- ・作業を通して、生徒の既存の知識や知恵を総動員して考える場面を設けることで、考える楽しさや解決できたときの喜び味わうことができる。それが、課題に対しあきらめずに粘り強く取り組む姿勢を育てることにつながる。
- ・数学科の教科の特性上、抽象的な思考の場面が多く、かつ生徒の思考の様相は多種多様で、一人一人の考えを教師が把握することが困難である。しかし、作業を重視することで、生徒の思考が活動中の経過やノートの記述などに表れやすくなり、教師が把握しやすくなる。これを生徒にフィードバックすることで、生徒も自らの思考を振り返ることにつながる。

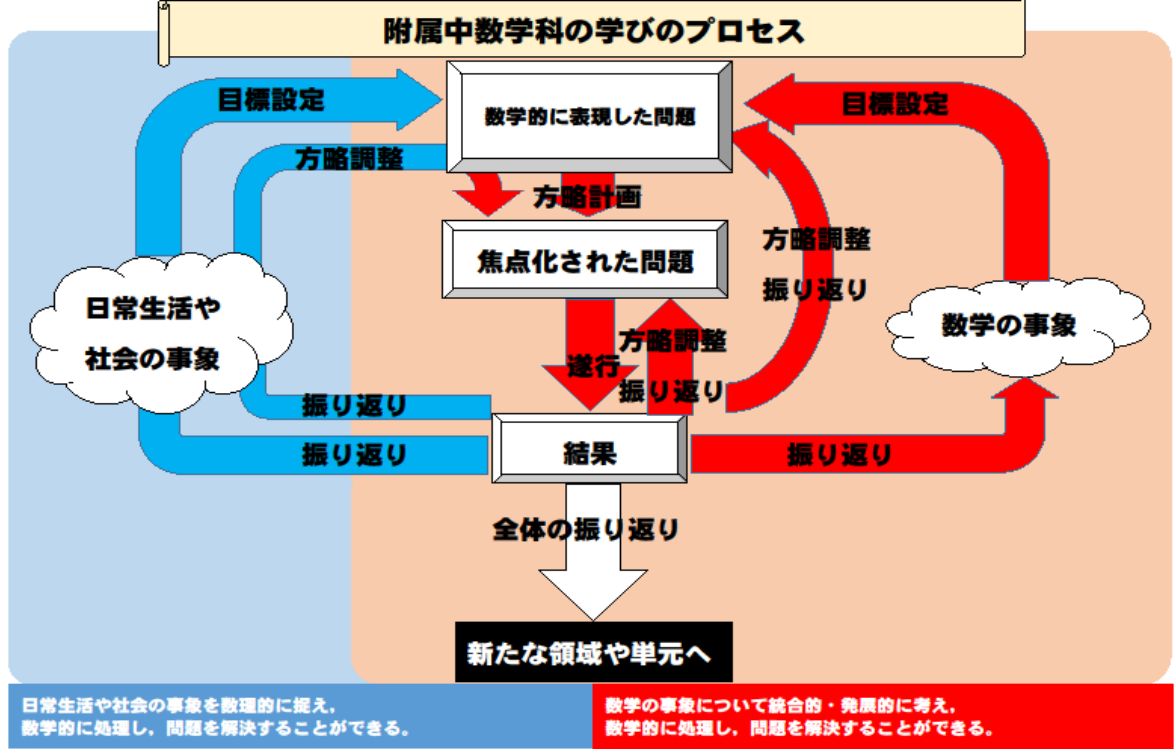
この利点をふまえ、自分の持っている力を総動員して問題解決をすることにより、一層考えることに重きを置いた指導ができると考えた。具体的な手立てとしては、昨年度までの研究成果である「附属中『主体的な学び』のプロセスモデル」(図1)を、『中学校学習指導要領(平成29年告示)解説 数学編』に示された「算数・数学の問題発見・解決のプロセス」(図2)に組み込んで「附属中数学科の学びのプロセス」(図3)を作成し、それをもとに指導計画や指導案を作成する。なお、(表1)は(図1)のそれぞれのプロセスの説明である。また、この(図2)は令和4年度第1回事前研究会においていただいた意見をもとに修正したものである。修正点はふり返りと方略調整をプロセスととらえ、矢印の形で表すことにしたことと、このプロセスを実施することによってたどりつく結果を明示したことである。



(図 1)



(図 2)



(図 3)

注：常にこの通りに進むものではなく、ときに行きつ戻りつしたり、飛ばしたりしながら進んでいくこともある。

	エンゲージメントの高まり (生徒の姿)
目標設定	<ul style="list-style-type: none"> 高いレベルの関心をもつ課題や日常生活で直面する課題、現実世界で解決すべき課題、自らのキャリア形成に関連する課題を選択する。 挑戦の感覚、知的好奇心、学習への期待感をもつ。
方略計画	<ul style="list-style-type: none"> ゴールを設定し、過去の学習経験を生かしながら、課題解決のための学習方略を考える。
遂行	<ul style="list-style-type: none"> 計画に基づいて、学習を遂行する。 計画した方略や必要に応じて調整した方略に基づいて、個人やグループでの学習活動に熱心に参加する。
振り返り	<ul style="list-style-type: none"> 自らの学びの効果を振り返る。また、学習の進み具合を把握し、見通しをもつ。
方略調整	<ul style="list-style-type: none"> 必要に応じて学習方略を修正する。
全体の振り返り	<ul style="list-style-type: none"> 自らの学びの質や成果を振り返る。 学ぶ面白さや楽しさを感じたり、有能感や充実感をもったりする。

(表 1)

4 全体研究をふまえた本年度の数学科の研究について

(1) 数学科における「創造性」とは

全体研究では「創造性」とは「自ら課題を見出し、これまでに学んだことや新たな知、技術革新を結び付けることで解決して、新たな価値を創り出すための資質・能力」と定義づけている。さらにその補足として「事象同士の新たな結び付きを見出し、それを生かしたり、表現したりすること」「事象に新たな意味を見出し、それを生かしたり、表現したりすること」が新たな「価値」を創り出すことといえる。」と述べている。それでは数学科における「創造性」とはなんだろうか。中島(1981)では以下のように述べられている。

算数・数学の指導でいう「創造的」とはどんなことか。それは、たしかに、何かしら「新しいものをつくり出すこと」であるが、「新しいもの」といっても、小学校や中学校の段階では、世間の人々が全く知らない新しい数学的な内容をはじめて創り出すことは必ずしも期待できない。実際にも、指導内容としてカリキュラムの上で取り上げられていることは、学問的にはすでによく知られた初等的な事柄に過ぎないわけである。

それでは、「創造的な指導」という場合に目指していることは、どんなことか。それは、次のようなことであるといえよう。すなわち、

「算数や数学で、子どもにとって新しい内容を指導しようとする際に、教師が既成のものを一方的に与えるのではなく、子どもが自分で必要を感じ、自らの課題として新しいことを考え出すように、教師が適切な発問や助言を通して仕向け、結果において、どの子どもも、いかにも自分で考え出したかのような感激を持つことができるようにする」(下線は加筆)

このように考えると、下線部は全体研究における「創造性」の定義と一致していることがわかる。また、中島(1981)は『「数学的な考え方」の育成とは、算数・数学にふさわしい創造的な活動が自主的にできるようにすること』と述べている。つまり「数学的な考え方」を育むことこそが数学における創造性を育むことであるということである。

さらに、中島(1981)は以下のように論を進めている。

そこで、「創造的」というからには、既習の知識や習慣的な方法だけでは処理できない、何か新しいもの、より進んだものを探りあて考え出すことが要求されているわけである。しかも「算数・数学にふさわしい」という立場で考えようとしているのであるから、そうした課題は、算数・数学の人間が作り上げた時に求めようとしていた価値観にもとづいたものであることが、要請されるといってよいはずである。

このような価値観に関しては(中略)基本的なものとして、例えばより簡潔にしたい、より明確にしたい、より統合されたものにしたい、といったことをあげてきている。このような観点からみて不都合があったら、何とか工夫改善しなければ気がおさまらないという心情にかられて構成されるのが、ここでいう算数・数学の創造的な活動を推し進める原動力としてふさわしい「課題」であると考えてるのである。

本校数学科はこのような先達の考え方を大切にしながら「考えさせる授業」を研究してきている。つまり「考えさせる授業」は生徒の創造性を育むために最適であると考えている。

さらに中島(1981)は創造的な活動を行う上で重要な学習過程として以下の2つをあげている。

創造的な活動であるから、なにかこれまでのもの(既習の知識、手法)にないものを、考えたりさぐりあてたりすることが要求されるわけである。(中略)創造的な活動をする場合には、きわめて重要な思考的態度である。(中略)日常の算数・数学のどの指導場面でも、何か新しい内容を学習させる際には、既成のもの、洗練された形式だけにこだわらないで、課題に即して、「かりにこう考えてみよう」というような取り扱いや、そうしたことにもとづいた試行錯誤の過程、さらに、どんな点をおさえれば、既習のものと「同じ考えで安心できるか」といった見方や活動が含まれていることが、創造的な活動として大事である。

数学的な創造を引き起こす価値観として、簡潔、明確、統合の3つをあげたが（中略）その中でも特に「統合」が大きな役割をもっている。

これらはそれぞれ、『中学校学習指導要領（平成29年告示）解説 数学編』に示された「算数・数学の問題発見・解決のプロセス」（図2）におけるAとDの学習過程を示していると考えてよいであろう。

ここまでの内容を踏まえたいうで、本校数学科としてとくに育みたい「創造性」を以下のように設定したい。

- ① 日常生活や社会の問題を数理的にとらえることについて、事象の数量等に着目して数学的な問題を見いだす力や、事象の特徴を捉えて数学的な表現を用いて表現する力（事象を数学化する力）
- ② 数学の事象における問題を数理的にとらえることについて、数学の事象から問題を見いだす力や、事象の特徴を捉え、数学化する力、得られた結果を基に拡張・一般化する力
- ③ 解決過程を振り返り、得られた結果を意味づけたり、活用したりすることについて、得られた結果を元の事象に戻してその意味を考える力や、様々な事象を活用する力
- ④ 解決過程を振り返るなどして概念を形成したり、体系化したりすることについて、数学的な見方・考え方の良さを見いだす力や、得られた結果を基に批判的に検討し、体系的に組み立てていく力、見いだした事柄を既習の知識と結び付け、概念を広げたり深めたりする力、統合的・発展的に考える力
- ⑤ 単元を通した学び全体を振り返り、新たな領域や単元へ学びをつなげていく力

それぞれ、『中学校学習指導要領（平成29年告示）解説 数学編』に示された「算数・数学の問題発見・解決のプロセス」（図2）におけるA1が①に、A2が②に該当する。これは全体研究における「自ら課題を見だし、」の部分に当たる学習過程である。また、同様にD1が③に、D2が④に該当し、⑤は「附属中数学科の学びのプロセス」（図3）の「全体の振り返り」「新たな単元・領域へ」に該当する。これらは全体研究における「これまでに学んだことや新たな知、技術革新を結び付けることで解決して、新たな価値を創り出す」の部分に当たる学習過程である。この①から⑤を「考えさせる授業」を通して育てこそ、生徒の「創造性」は養われると考える。

（2）内発的動機付けを育むために

「内発的動機付け」とは、「学習内容そのものの面白さや学習内容がもつ価値を見だし、好奇心や興味関心、やりがいといった内的な欲求をもとに自発的にやりたいと考えること」である。これはすなわち、「考えさせる授業」において大切にしてきた「生徒が自ら考えたいくなるような問題（題材）を設定する」「作業を通して、生徒の既存の知識や知恵を総動員して考える場面を設けることで、考える楽しさや解決できたときの喜び味わうことができる。」ことで育まれるものに他ならない。数学的活動を通して生徒自身が考え、数学を創り出していく過程にこそ、「内発的動機付け」が生まれていくとあってよいであろう。

（3）メタ認知

全体総論では『「振り返り」「全体の振り返り」の学習過程において、生徒の学びを自分自身でモニタリングさせるとともに、学び方についての知識を示して、自らの学びをどのように変えれば良いかプランニングさせたい。また、「振り返り」「全体の振り返り」で行ったプランニングを生かして、次単元の「目標設定」に取り組みさせたい。』としている。これらには本校数学科で取り組んでいる「学習感想」「学びの振り返り」の実践がそのまま当てはまる。また『（1）数学科における「創造性」とは』で述べた③から⑤の部分が該当する。これらの学びを通して生徒のメタ認知する力を育てていきたい。

(4) 本研究における昨年度の数学科の研究内容

(1)(2)で述べたように、「創造性」「内発的動機付け」とともに先述した本校数学科の研究を進めていくことが大切であると考え。本校は昨年度より3ヵ年計画で研究を進めており、一年を区切りとして段階的に研究を進めていく。

研究初年度にあたる昨年度は、(1)で述べた創造性①と②の育成を目指して研究を進めた。昨年度の研究を通して、創造性①と②を育むためには、解決すべき課題の設定が重要であり、その課題に対する教材研究が必須であった。これは「考えさせる授業」の実践に対しても同様である。授業実践を通して、生徒自身が必要性を感じ、自らの課題として新しいことを考え出すよう課題を設定することの大切さを改めて感じた。問題解決型の授業を行う上ではまず生徒が考えたいような求答問題を設定し、その値を求める過程を複数考えたり、過程をふり返って構造を解き明かしたりすることが大切である。昨年度の実践でも生徒は課題に没頭している様子があったが、よりよい課題とする余地があるとわかった。また、その課題の数学的な価値を吟味し、教材研究を入念に行っておくこと、評価規準を生徒の実態に合わせて設定しておくことも重要であると実感した。

昨年度末に1・2年生を対象として『数学の学習で印象に残っている「数学的な見方・考え方」を働かせた場面を具体的に教えてください。』という問いでアンケートを行った。その結果、昨年度重点的に研究を行った①②の場面で約40%の生徒が数学的な見方・考え方を働かせたと回答していた。このことから、昨年度の研究は生徒の①②の場面における創造性を育むことについて一定の成果があったのではないかと考える。これに対し、③④⑤の場面について回答した生徒は約10%であったことから、生徒の③④⑤の場面における創造性を育むことが今後の課題であることがわかった。また、残りの生徒は問題解決の場面で複数の解決方法を用いたり、数学的な説明を行ったりする際に働かせたという回答をしていた。

(5) 本研究における今年度の数学科の研究内容

昨年度のまとめと生徒アンケートの結果をふまえ、今年度も引き続き課題設定を工夫し、「考えさせる授業」の実践をすることで創造性(数学的な見方や考え方)を育むために有効な手立てについての研究を進めていく。その中で、主に前述の創造性③と④の育成を目指して研究を進め、**生徒自身が課題解決の過程や結果をふり返り、新たな数学的な価値を見出すことができるような課題について検討していく。**これは、全体研究の「主体的な学びのプロセスモデル」における、「遂行」「振り返り」「方略調整」にあたる部分である。学習方略として、本校数学科では以下のものが挙げられると考えている。

- ・他者の意見を聞いたり、取り入れたりする。
- ・前の学習を振り返る。
- ・自分の経験や生活と関連させて事象を捉える。
- ・事象を数、量、図形等に着眼して観察する。
- ・事象の特徴を的確に捉える。
- ・理想化したり単純化したりする。
- ・情報を分類したり整理したりする。
- ・筋道立てて考える。
- ・解決の方針を立てる。
- ・方針に基づいて解決する。
- ・事象に即して解決したことを数学的に表現する。
- ・数、式、図、表、グラフなどを活用して、数学的に処理する。
- ・数学的に表現したことを事象に即して解釈する。
- ・解決の結果を数学的に表現する。
- ・数学的な結果を事象に即して解釈する。
- ・必要な情報を選択し判断する。
- ・解決の過程や結果を批判的に考察する。

- ・ 解決の過程や結果を振り返り評価・改善する。
- ・ 統合的，発展的に考察する。
- ・ 事象を多面的に見る。

これらの学習方略を通して，創造性③と④の育成につながる学習活動のイメージとして，「現実世界の課題」では，解決過程を振り返り，得られた結果を意味づけたり，活用したりするような学習活動を考えている。また，「数学世界の課題」では，解決過程を振り返るなどして概念を形成したり，体系化したりするような学習活動を考えている。このような学習活動を経て，生徒は，「簡潔，明確，統合」（回り道などの無駄はないか，もっと簡単にすることはできないか，もっとうまい道具は使えないか，既存の知識と結び付けることはできないか，考える），「発展」（条件を変えたらどうか考える），「予想の重視や誤答を生かす」（ズレや矛盾はなぜ生じたか考える）といった学び方ができるようになるように授業を計画していく。

5 授業実践例

【実践事例1】第1回事前研究会（2023年7月7日）

第2学年数学科学習指導案

授業者 小松 健一
共同研究者 清水 宏幸

1. 単元名「連立方程式」

2. 単元について

①生徒観

これまで、小学校第4学年において、数量を□を用いて表し、その関係を式に表したり、□に数をあてはめたり調べたりする学習を行ってきた。小学校第6学年においては、数量を表す言葉や□の代わりに、 a や x などの文字を用いて式に表したり、文字を数に当てはめて調べたりする学習を行ってきた。さらに中学校第1学年においては一元一次方程式の学習から方程式の必要性と意味及び方程式の文字や解の意味を理解したり、等式の性質を基にして方程式を解く方法を考察し表現したりする学習活動を行ってきた。

②教材観

連立二元一次方程式の学習では二元一次方程式を成り立たせる二つの文字の値の組が、二元一次方程式の解であることを理解できるようにする。そして二元一次方程式を連立させることは、二元一次方程式によって二つの条件を表現することであり、連立させた方程式を解くことは、二つの方程式を同時に満たす値の組を求めることである。また、連立二元一次方程式を解くには既に知っている一元一次方程式に帰着させて、二つの文字のうち一方の文字を消去すればよいことに気づくように工夫する。連立二元一次方程式が解けるようになることとともに、こうした既知の方法に帰着させる考え方に生徒自らが気づくように工夫し、加減法や代入法による解き方を理解できるようにする。さらに連立二元一次方程式を活用するに当たっては、一元一次方程式の活用と同様、方程式を利用して問題を解決するための知識を身に付けるとともに、解決過程を振り返り、得られた結果を意味づけたり活用したりして利用しようとする態度を養うことが大切である。特に立式の段階においては、数量の関係を捉えて、ある特定の量に着目して式をつくるようにしたり、捉えた数量を表や線分図などで表してその関係を明らかにしたりすることも有効である。

③指導観

本単元では連立二元一次方程式の解について理解し、それを具体的な場面で活用できる能力を育てるとともに、その解決過程を説明できるようにしていきたい。それを踏まえ本時の内容を「解を吟味すること」とし、解が不適になった後に問題場面をどう変えれば解が問題に適した値になるのかを考える授業を展開していく。そこで指導に当たっては、変えるものをカップケーキとプリン合計の個数として授業を展開していく。生徒自身がカップケーキとプリン合計の個数を固定して解を出し、その解が問題場面に適しているかを見極め、問題場面に適していたらそれをその場面に適した答えとするといった手順で作業を行う。そして、周囲と意見交換することで自分の意見をもう一度見直し、他にその場面に適した答えが存在しないか考えるように指導を行いたい。

3. 単元の目標

- (1) 二元一次方程式の解や連立二元一次方程式の必要性とその意味について理解するとともに、簡単な連立二元一次方程式を解くことができる技能を身に付ける。
- (2) 一元一次方程式と関連付けて、連立二元一次方程式を解く方法を考察し、二つの文字の関係を表現することができる。
- (3) 連立二元一次方程式について数学的活動の楽しさや数学の良さを実感して粘り強く

考え、数学を生活や学習に活かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度、多様な考えを認め、よりよく問題解決しようとする態度を身に付ける。

4. 単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①二元一次方程式とその解の意味を理解することができる。 ②連立二元一次方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解することができる。 ③簡単な連立二元一次方程式を解くことができる。 ④加減法による連立二元一次方程式の解き方を理解し、それを使って連立方程式を解くことができる。 ⑤代入法による連立二元一次方程式の解き方を理解し、それを使って連立方程式を解くことができる。	①一元一次方程式と関連付けて、連立二元一次方程式を解く方法を考察することができる。 ②既存の知識を使い、問題を解くことができないか考えることができる。 ③連立二元一次方程式を具体的な場面で活用することができる。 ④方程式の解がその問題に適しているのか判断することができる。	①連立二元一次方程式の必要性と意味及びその解き方を考えようとしている。 ②連立方程式について学んだことを生活や学習に活かそうとしている。 ③連立方程式を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。

5. 指導と評価の計画（12時間）

本単元「連立方程式」を、内容のまとまりである三つの小単元と単元のまとめで構成し、それぞれの授業時間数を以下のように定めた。

小単元等	授業時間数	
1. 連立二元一次方程式とその解	2 時間	12 時間
2. 連立二元一次方程式の解き方	4 時間	
3. 連立二元一次方程式の利用	5 時間	
単元まとめ	1 時間	

各授業時間の指導のねらい、生徒の学習活動及び重点、評価方法等は次の表の通りである。

時間	ねらい	学習活動	重点	記録	備考
1	・二元一次方程式とその解の意味を理解することができる。	・バスケットボールの2点シュート、3点シュートの合計得点からそれぞれのシュートが何本入ったのか考える	知		知①：スプレッドシート 学習シート
2	・連立二元一次方程式の必要性と意味及びその解の意味を理解することができる。	・バスケットボールの2点シュート、3点シュートの本数と合計得点からそれぞれのシュートが何本入ったのか考える	知		知②：スプレッドシート 学習シート
3	・連立二元一次方程式の解の求めることができる。	・二つの二元一次方程式から文字を一つだけ含む方程式をつくる方法（消去する）を考える。	知		知③：学習シート

4	・加減法を理解し、文字の係数の絶対値が等しくない場合の連立方程式を解くことができる。	・どちらかの文字の係数の絶対値をそろえ、左辺どうし右辺どうしを加えたり引いたりして、加減法により連立方程式を解く。	知		知④：学習シート
5	・代入法を理解し、それを用いて連立方程式を解くことができる。	・一方の式を他方の式に代入することによって文字を消去して連立方程式を解く。 ・連立方程式を解くときに加減法と代入法のどちらを選ぶか基準を考え、それぞれの解き方の良さに触れて考える	知 態	○	知⑤：学習シート 態①：行動観察
6	・ $A=B=C$ の形をした連立方程式を解くことができる。	・既存の知識を使い、問題を解くことができなにか考えることができる。	思	○	思①：学習シート
7	・人数と代金に関する問題を、連立方程式を利用して解決できるようにする。	・美術館の入館料の情報から一人当たりの大人料金、1人当たりの子ども料金を算出する。	思		思②：行動観察
8	・速さや時間、道のりに関する問題、線分図や表、連立方程式を利用して解決できるようにする。	・家から学校までの道のりで、歩いた距離と走った距離とを連立方程式を立てて導く	思	○	思②③：学習シート
9	割合に関する問題を表や連立方程式を利用して解決できるようにする。	・清掃ボランティアの参加人数が先月と今月で何%増加したかという情報から先月の参加人数を、連立方程式を立てて導く。	思		思②③：学習シート
10 本時	・連立方程式の解が問題場面に適しているか、解の吟味をすることができる。 ・不適になった解を変えることで問題場面に適した解にしようとする	・カップケーキとプリンのそれぞれの個数を求める ・カップケーキとプリンの合計の個数を変え、問題場面に適する解を求める	思 態	○ ○	思④：学習シート レポート 態③：行動観察
11	・この単元で学習したことがどの程度身に付いているかを自己評価できるようにする	・E ライブラリのテストを使用する	知 思	○ ○	知①～⑤：小テスト 思①～④：小テスト

6. 本時の授業

(1) 日時 令和5年7月7日(金) 14:10～15:00

(2) 場所 2年4組教室

(3) 題材名 「カップケーキとプリンの個数はそれぞれいくつになるか考えよう」

(4) 本時で育てたい資質・能力

- ・自分自身が求めた解が問題場面に適しているかどうか考える力 【思考・判断・表現】
- ・問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする力 【主体的に学習に取り組む態度】

(5) 資質能力を見取るための工夫

- ・学習シートを提出し、解の吟味をするために使用した考え方や理由を学習シートから見とる
- ・学習シートに書き込んだ内容を消さないように指導し、どのような経緯で問題場面に適した答えを出したのかを見とる

(6) 本時の評価の視点

	Aの例	Bの姿	Cの生徒への手立て
思考判断表現	・解の吟味をした考えや理由を学習シートに記入している	・解が問題に適しているか、適していないかを判断することができる	・なぜその解になったのか聞きながら解が問題に適しているか、適していないかを記入するように指導する
主体的に学習に取り組む態度	・条件に見合った解を複数探し出そうとしている	・条件に見合った解を1つ探し出そうとしている	・個数が0以上の整数であることを確認して数値を直感的に代入して探すように指導する

(7) 全体研究との関わり(2年次/3年)

教科総論にて本校数学科として特に育みたい「創造性」の1つに「解決過程を振り返り、得られた結果を意味づけたり活用したりすることについて、得られた結果を元の事象に戻してその意味を考える力や、様々な事象を活用する力」とある。「得られた結果を元の事象に戻してその意味を考える力」が本授業では連立方程式の解を吟味することに繋がっている。

(8) 本校数学科で目指す「考えさせる授業」との関連

①生徒が自ら考えたいような問題(題材)の設定

生徒自身が自分事としてとらえることができるような課題を設定した。初めに連立方程式を解く。次に条件を変更して、再度連立方程式を立て、そこで出た解が問題場面の答えとして不適になるように設定した。そして、不適になることでどういった場面ならば解として適しているかを考えられるようにした。

また、授業内では変えることができる条件を1つ(本時ではカップケーキとプリンの合計個数)にして授業を展開する。他の条件(例えばカップケーキ1つの値段)を変えてみたいという生徒の意見が出た場合は、カップケーキとプリンの合計個数ではない条件が変わるときにはどういったときかを生徒自身が自ら考えさせられるように展開したい。

②作業を重視する

カップケーキとプリンの合計個数の条件を変えることでカップケーキとプリンのそれぞれの個数が変化する。中には解として適しているものあれば、適していないものもある。条件を変えていき、求められた解が問題の答えとしてよいかどうかを考えさせたい。また、1つ解が出たら問題解決とするのではなく、カップケーキとプリンの合計個数を更に変えるとそれとは別の解を求めることができることに数のもつ不思議さを感じ、さらに他の条件では解を求めることができないだろうかという考えを育成させたい。

(9) 生徒の実態

本学級の生徒は男子17名、女子18名の計35名で構成されたクラスである。数学の授業に関しては、興味がわいたものに対しては全員で一つのことに向かう姿勢はある。発言は比較的多い方で質問や意見があればどんどん言えるクラスであるので、本時の解の吟味に関しては解に疑問を抱く生徒は多いと思われる。しかし話し合いとなると、なかなか自分が持っている意見を伝えることが苦手な生徒もいて、話が進まないこともあるので意見交流の場面になったら、あえて役を決めずに話をさせたり、必要に応じて指導者が進捗状況を確認しながら指導をしたりしていきたい。

(10) 本時の指導意図

生徒は、一年次に一元一次方程式で解の吟味をすでに終えている。その題材は、兄と弟の目的地までの道のりが変化したときに追いつけるのか追いつけないのというものである。ここでは、追いつける場面を最初に解き、条件が変更されると追いつけないという判断をしている。本時では一年次での流れを踏襲し、解の吟味を行っていく。しかし一年次のそれとは異なる部分として、解が問題場面に適しているか、適していないかを判断できることも大切にしたいが、解が問題場面に適していないとわかった後で、解が問題場面に適するようにするためにはどうするかを考えさせるような指導を行いたい。

(11) 展開

	指導内容及び学習活動 ○は教師の指導内容 ●は生徒の学習活動	予想される生徒の反応	指導上の留意点
導入 5分	○問題場面を提示する		
	<p>【原問題】No1 小松君は友人と合計 10 名で 1 人 1 個おやつを食べようと計画し、ケーキ屋さんに行きました。すると、ケーキが 1 個 350 円、プリンが 1 個 250 円でした。財布に入っていた 3200 円すべてを使って、小松君はケーキとプリンをそれぞれいくつ買うことができるでしょうか。</p>		
展開 ① 15分	<p>●【原問題】を解く</p> <p>○【原問題】の場面を変える</p>	<p>・ケーキとプリンはそれぞれ 7 個と 3 個</p>	<p>・解の吟味につながる部分なのでここでは解くことよりも解の適、不適の確認を強調した指導にする</p> <p>・赤字の部分の変更状況について共通認識を図る</p>
	<p>No. 2 小松君は友人と合計 15 名で 1 人 1 個おやつを食べようと計画し、ケーキ屋さんに行きました。すると、カップケーキが 1 個 200 円、プリンが 1 個 250 円でした。財布に入っていた商品券 5000 円を使って、小松君はカップケーキとプリンをそれぞれいくつ買うことができるでしょうか。</p>		
	●No2 の問題を解く	<p>・不適</p> <p>・カップケーキ -25 個 プリン 40 個</p>	<p>・解が不適になる理由を自分自身の計算間違いと思っている生徒には式にその値を代入し、成り立っているかどうかをみるように指導する</p> <p>・プリンが 15 個より大きい数になってしまうことやカップケーキの個数に負の数が出てしまうことから不適であることを理由づけさせる</p>
展開 ② 20分	●この問題が不適になることから、この問題をどのように変えれば適した形になるかを考える。そのために【変えられるもの	<p>【変えられるもの】</p> <p>・カップケーキとプリンの合計個数</p> <p>【変えないもの】</p> <p>・カップケーキの値段</p>	<p>・不適になることを目標とするのではなくどの部分を変えれば適した形になるか考えさせる</p> <p>・合計金額が 5000 円ちょう</p>

	<p>の】と【変えないもの】を分ける</p> <p>●「カップケーキとプリンの合計個数」をいくつにすれば適した解が求められるか考える</p> <p>●周囲と意見の交流をする〔学習方略〕</p> <p>●発表を行う</p>	<p>・プリンの値段 ・カップケーキとプリンの合計の代金</p> <p>・「$a=20$ のときカップケーキが 0 個，プリンが 20 個となる」がそれはいいのだろうか？ ・「$a=25$ のときカップケーキが 25 個，プリンが 0 個となる」がそれはいいのだろうか？</p> <p>・その他は【資料 1】や【表】，【補足資料】の青い枠の赤い背景の部分を参照</p> <p>問題場面の答えとなる一例： ・カップケーキとプリンの合計個数を 21 個に変えたら，カップケーキ 5 個とプリン 16 個となり，解は問題に適している。</p>	<p>どであれば個数は変えても問題ないことを印象付ける ・合計の代金は商品券として決められているので変えないこととする</p> <p>・問題の答えとなる x と y の値が 0 以上かつ合計個数以下の整数でなければならないことを確認してから問題を解く時間を確保する ・カップケーキが 0 個ということに疑問をもつと予想できるので他に考えられないか聞きながら指導をする。</p> <p>・【原問題】に対して今回はカップケーキとプリン合計の個数を変えると問題に適した解が複数出てくことに気づかせる</p> <p>・発表の際にいうべき枠組みを指導する。「カップケーキとプリンの合計個数を Δ 個に変えたら，カップケーキ \square 個とプリン ∇ 個となり，解は問題に適している。」</p>
<p>終末 10 分</p>	<p>○本時のまとめをする</p> <p>○本時ではカップケーキとプリンの合計個数を変えたが他に換えられそうだなと思ったところがないか聞く</p> <p>○レポートを提示する</p> <p>●振り返りを記入する</p>	<p>○本時ではカップケーキとプリンの合計個数を変えたが他に換えられそうだなと思ったところがないか聞く</p> <p>○レポートを提示する</p> <p>●振り返りを記入する</p>	<p>・生徒の言葉を使いながらまとめを行う</p> <p>・本時で扱ったカップケーキとプリンの合計個数以外に着目させる</p> <p>・レポートの形式を周知する</p> <p>●本時で何を発見したり，何</p>
<p>数値設定によって問題場面に適した解が出るときと出ないときがあるので，連立方程式を解いた後で，問題場面に照らして解の吟味を行う必要がある。</p>			
<p><レポート内容>※学習シートに記載</p> <p>(1) つくった問題 (条件: No2 から最低 1 か所数値のみを変えること)</p> <p>(2) その問題の解法と答え</p> <p>(3) その数値にした意図</p> <p>(4) なぜ求めた解がその問題場面に適していると思ったのか (解の吟味)</p> <p>(5) 問題をつくってみての感想</p>			

		も変わるがその中でも適するものと適さないものがあると分かった	につながったりしているかなど考えたことを記入する
--	--	--------------------------------	--------------------------

【資料1】

カップケーキ1つの値段を200円, プリンの1つの値段を250円でカップケーキとプリン
の合計の個数をa個, カップケーキとプリン合計の値段を5000円としたとき,

⑦ a = 14 のとき

$$\begin{cases} x + y = 14 & \dots \textcircled{1} \\ 200x + 250y = 5000 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \times 200$$

$$50y = 5000 - 14 \times 200$$

$$y = 44$$

$$x = -30$$

A. カップケーキ - 30個, プリン 44個
個数に負の数が出たため不適

⑧ a = 15 のとき

$$\begin{cases} x + y = 15 & \dots \textcircled{1} \\ 200x + 250y = 5000 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \times 200$$

$$50y = 5000 - 15 \times 200$$

$$y = 40$$

$$x = -25$$

A. カップケーキ - 25個, プリン 40個
個数に負の数が出たため不適

⑨ a = 16 のとき

$$\begin{cases} x + y = 16 & \dots \textcircled{1} \\ 200x + 250y = 5000 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \times 200$$

$$50y = 5000 - 16 \times 200$$

$$y = 36$$

$$x = -20$$

A. カップケーキ - 20個, プリン 36個
個数に負の数が出たため不適

⑩ a = 17 のとき

$$\begin{cases} x + y = 17 & \dots \textcircled{1} \\ 200x + 250y = 5000 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \times 200$$

$$50y = 5000 - 17 \times 200$$

$$y = 32$$

$$x = -15$$

A. カップケーキ - 15個, プリン 32個
個数に負の数が出たため不適

⑪ a = 18 のとき

$$\begin{cases} x + y = 18 & \dots \textcircled{1} \\ 200x + 250y = 5000 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \times 200$$

$$50y = 5000 - 18 \times 200$$

$$y = 28$$

$$x = -10$$

A. カップケーキ - 10個, プリン 28個
個数に負の数が出たため不適

⑫ a = 19 のとき

$$\begin{cases} x + y = 19 & \dots \textcircled{1} \\ 200x + 250y = 5000 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \times 200$$

$$50y = 5000 - 19 \times 200$$

$$y = 24$$

$$x = -5$$

A. カップケーキ - 5個, プリン 24個
個数に負の数が出たため不適

⑬ a = 20 のとき

$$\begin{cases} x + y = 20 & \dots \textcircled{1} \\ 200x + 250y = 5000 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \times 200$$

$$50y = 5000 - 20 \times 200$$

$$y = 20$$

$$x = 0$$

A. カップケーキ 0個, プリン 20個
適しているが... 果たしてカップケーキ0個でいいのだろうか?

⑭ a = 21 のとき

$$\begin{cases} x + y = 21 & \dots \textcircled{1} \\ 200x + 250y = 5000 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \times 200$$

$$50y = 5000 - 21 \times 200$$

$$y = 16$$

$$x = 5$$

A. カップケーキ 5個, プリン 16個
適している

⑮ a = 22 のとき

$$\begin{cases} x + y = 22 & \dots \textcircled{1} \\ 200x + 250y = 5000 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \times 200$$

$$50y = 5000 - 22 \times 200$$

$$y = 12$$

$$x = 10$$

A. カップケーキ 10個, プリン 12個
適している

⑯ a = 23 のとき

$$\begin{cases} x + y = 23 & \dots \textcircled{1} \\ 200x + 250y = 5000 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \times 200$$

$$50y = 5000 - 23 \times 200$$

$$y = 8$$

$$x = 15$$

A. カップケーキ 15個, プリン 8個
適している

⑰ a = 24 のとき

$$\begin{cases} x + y = 24 & \dots \textcircled{1} \\ 200x + 250y = 5000 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \times 200$$

$$50y = 5000 - 24 \times 200$$

$$y = 4$$

$$x = 20$$

A. カップケーキ 20個, プリン 4個
適している

⑱ a = 25 のとき

$$\begin{cases} x + y = 25 & \dots \textcircled{1} \\ 200x + 250y = 5000 & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

$$\textcircled{2} - \textcircled{1} \times 200$$

$$50y = 5000 - 25 \times 200$$

$$y = 0$$

$$x = 25$$

A. カップケーキ 25個, プリン 0個
適しているが... 果たしてプリン0個でいいのだろうか?

【表】

aの値	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	...
カップケーキの個数	-30	-25	-20	-15	-10	-5	0	5	10	15	20	25	30	...
プリン個数	44	40	36	32	28	24	20	16	12	8	4	0	-4	...
適・不適	x	x	x	x	x	x	o	o	o	o	o	o	x	...

※a (カップケーキとプリン合計の個数) が 14 ~ 26 までのときのそれぞれの個数を求めた解法と解の吟味を表している。

【補足資料】

カップケーキの1つの値段をM円, プリンの1つの値段をm円, カップケーキとプリン合計の個数をa個, カップケーキとプリン合計の値段をTとすると次の式が立てられる。

<式>

$$\begin{cases} Mx + my = T & \dots \textcircled{1} \\ x + y = a & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

①-②より

$$x = \frac{T - ma}{M - m}$$

$$\begin{cases} Mx + my = T & \dots \textcircled{1} \\ mx + my = ma & \dots \textcircled{2} \end{cases}$$

②に代入すると

$$y = \frac{aM - T}{M - m}$$

【資料】

x+y=a		Mx+my=T		x	y
M	m	a	T	x	y
350	250	8	3000	10	-2
350	250	9	3000	7.5	1.5
350	250	10	3000	5	5
350	250	11	3000	2.5	8.5
350	250	12	3000	0	12
350	250	13	3000	-2.5	15.5
350	250	14	3000	-5	19
350	250	15	3000	-7.5	22.5
350	250	16	3000	-10	26
350	250	17	3000	-12.5	29.5
350	250	18	3000	-15	33
350	250	19	3000	-17.5	36.5

x+y=a		Mx+my=T		x	y
M	m	a	T	x	y
350	250	9	4000	17.5	-8.5
350	250	10	4000	15	-5
350	250	11	4000	12.5	-1.5
350	250	12	4000	10	2
350	250	13	4000	7.5	5.5
350	250	14	4000	5	9
350	250	15	4000	2.5	12.5
350	250	16	4000	0	16
350	250	17	4000	-2.5	19.5
350	250	18	4000	-5	23
350	250	19	4000	-7.5	26.5
350	250	20	4000	-10	30

x+y=a		Mx+my=T		x	y
M	m	a	T	x	y
350	250	9	5000	27.5	-18.5
350	250	10	5000	25	-15
350	250	11	5000	22.5	-11.5
350	250	12	5000	20	-8
350	250	13	5000	17.5	-4.5
350	250	14	5000	15	-1
350	250	15	5000	12.5	2.5
350	250	16	5000	10	6
350	250	17	5000	7.5	9.5
350	250	18	5000	5	13
350	250	19	5000	2.5	16.5
350	250	20	5000	0	20

x+y=a		Mx+my=T		x	y
M	m	a	T	x	y
300	250	9	3000	15	-6
300	250	10	3000	10	0
300	250	11	3000	5	6
300	250	12	3000	0	12
300	250	13	3000	-5	18
300	250	14	3000	-10	24
300	250	15	3000	-15	30
300	250	16	3000	-20	36
300	250	17	3000	-25	42
300	250	18	3000	-30	48
300	250	19	3000	-35	54
300	250	20	3000	-40	60

x+y=a		Mx+my=T		x	y
M	m	a	T	x	y
300	250	9	4000	35	-26
300	250	10	4000	30	-20
300	250	11	4000	25	-14
300	250	12	4000	20	-8
300	250	13	4000	15	-2
300	250	14	4000	10	4
300	250	15	4000	5	10
300	250	16	4000	0	16
300	250	17	4000	-5	22
300	250	18	4000	-10	28
300	250	19	4000	-15	34
300	250	20	4000	-20	40

x+y=a		Mx+my=T		x	y
M	m	a	T	x	y
300	250	9	5000	55	-46
300	250	10	5000	50	-40
300	250	11	5000	45	-34
300	250	12	5000	40	-28
300	250	13	5000	35	-22
300	250	14	5000	30	-16
300	250	15	5000	25	-10
300	250	16	5000	20	-4
300	250	17	5000	15	2
300	250	18	5000	10	8
300	250	19	5000	5	14
300	250	20	5000	0	20

x+y=a		Mx+my=T		x	y
M	m	a	T	x	y
200	250	9	3000	-15	24
200	250	10	3000	-10	20
200	250	11	3000	-5	16
200	250	12	3000	0	12
200	250	13	3000	5	8
200	250	14	3000	10	4
200	250	15	3000	15	0
200	250	16	3000	20	-4
200	250	17	3000	25	-8
200	250	18	3000	30	-12
200	250	19	3000	35	-16
200	250	20	3000	40	-20

x+y=a		Mx+my=T		x	y
M	m	a	T	x	y
200	250	9	4000	-35	44
200	250	10	4000	-30	40
200	250	11	4000	-25	36
200	250	12	4000	-20	32
200	250	13	4000	-15	28
200	250	14	4000	-10	24
200	250	15	4000	-5	20
200	250	16	4000	0	16
200	250	17	4000	5	12
200	250	18	4000	10	8
200	250	19	4000	15	4
200	250	20	4000	20	0

x+y=a		Mx+my=T		x	y
M	m	a	T	x	y
200	250	14	5000	-30	44
200	250	15	5000	-25	40
200	250	16	5000	-20	36
200	250	17	5000	-15	32
200	250	18	5000	-10	28
200	250	19	5000	-5	24
200	250	20	5000	0	20
200	250	21	5000	5	16
200	250	22	5000	10	12
200	250	23	5000	15	8
200	250	24	5000	20	4
200	250	25	5000	25	0

x+y=a		Mx+my=T		x	y
M	m	a	T	x	y
150	250	10	3000	-5	15
150	250	11	3000	-2.5	13.5
150	250	12	3000	0	12
150	250	13	3000	2.5	10.5
150	250	14	3000	5	9
150	250	15	3000	7.5	7.5
150	250	16	3000	10	6
150	250	17	3000	12.5	4.5
150	250	18	3000	15	3
150	250	19	3000	17.5	1.5
150	250	20	3000	20	0
150	250	21	3000	22.5	-1.5
150	250	22	3000	25	-3
150	250	23	3000	27.5	-4.5
150	250	24	3000	30	-6

x+y=a		Mx+my=T		x	y
M	m	a	T	x	y
150	250	15	4000	-2.5	17.5
150	250	16	4000	0	16
150	250	17	4000	2.5	14.5
150	250	18	4000	5	13
150	250	19	4000	7.5	11.5
150	250	20	4000	10	10
150	250	21	4000	12.5	8.5
150	250	22	4000	15	7
150	250	23	4000	17.5	5.5
150	250	24	4000	20	4
150	250	25	4000	22.5	2.5
150	250	26	4000	25	1
150	250	27	4000	27.5	-0.5
150	250	28	4000	30	-2
150	250	29	4000	32.5	-3.5

x+y=a		Mx+my=T		x	y
M	m	a	T	x	y
150	250	19	5000	-2.5	21.5
150	250	20	5000	0	20
150	250	21	5000	2.5	18.5
150	250	22	5000	5	17
150	250	23	5000	7.5	15.5
150	250	24	5000	10	14
150	250	25	5000	12.5	12.5
150	250	26	5000	15	11
150	250	27	5000	17.5	9.5
150	250	28	5000	20	8
150	250	29	5000	22.5	6.5
150	250	30	5000	25	5
150	250	31	5000	27.5	3.5
150	250	32	5000	30	2
150	250	33	5000	32.5	0.5

※緑が本時の【原問題】、青枠が本時の問題作成で合計個数が定まっていない表を表している。※桃色の背景の値の組はカップケーキとプリンの合計の個数やそれぞれの値段などを変えたときの問題場面を表している。また赤色の背景は問題場面に適した答え x と y を表している。

7. 参考文献

- ・新しい数学 2 教師用指導書指導編 東京書籍 pp. 49-50
- ・文部科学省 (2017) 中学校学習指導要領 (平成 29 年告示) 解説 数学編 日本文教出版 p. 23, pp. 68-74, pp. 102-107
- ・文部科学省 (2018) 小学校学習指導要領 (平成 29 年告示) 解説 算数編 日本文教出版
- ・「指導と評価の一体化」のための学習評価に関する参考資料 中学校数学 東洋館出版 pp. 51-67

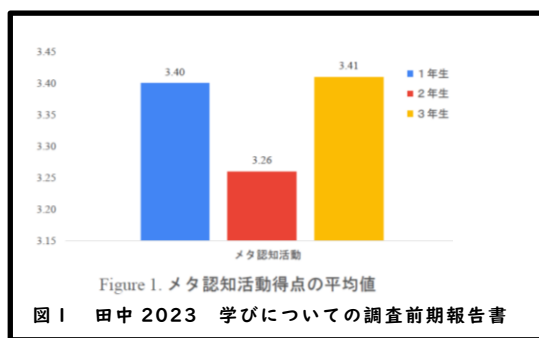
8. 授業を振り返って成果と課題

☆授業を振り返って

全体研究と関わって、数学科独自で作成した「附属中数学科学びのプロセス」をもとに連立方程式の解の吟味を題材として授業を準備した。しかし、1つの授業内に多くの情報を盛り込んだことで数値を変えれば問題解決につながるような授業となってしまう、2周目、3周目・・・というようにつなげる形を想定していたが数値を変えてみて吟味をし、できなければまた数値を変えてみて吟味をするという数値を変えるだけの授業展開になってしまったということもあり、今回は、課題を解いた後、「再度問題場面を捉え直すことでもう一回やってみよう」というメインとなるところに時間をあまりかけることができなかつた。

本研究は2年生を対象に行った研究であり、昨年度から始まったこの研究が2年目ということで、来年度が最後の年である。本学年は主体的に取り組む態度に課題があり、この生徒たちが3年生になったときどのような変容を遂げ、次年度にはどのような形で終焉を迎えるかを考えて授業を再構築しなければいけないと感じた。

田中 (2023) では本校の生徒を対象に令和5年度「学びについての調査前期報告書」をまとめている。「メタ認知活動においては、1年生および3年生よりも2年生の方が有意に低かった。つまり、現在の学習状況を考慮し、後の学習の進行を調整する方略は、1, 3年生よりも2年生の方が用いられていないということである。」と述べている。



○成果

与えられた課題に対して、子どもたちがそれぞれの考えのもとに取り組んでいた。問題としては解けるが、そこに現実場面という情報が付加されることで解を吟味しなければいけないことを生徒も感じ取っている様子だった。

<p>振り返り</p> <p>連立方程式を利用した解き方の時にどのようにしたら解けるかを考えることができました。昨年学習したものと同じような考え方ができたので、その式の違いを考えてみたいです。</p> <p>また、解が適さない場合は他の考え方をすればよいのかを知りたいです。</p> <p>どのように、計算して解くかを考えましたが、他の考え方ができないかすぐ考えることができよかったです。</p> <p>図2 FA生 振り返りシート</p>	<p>振り返り</p> <p>今日の発見は、具体的な問題を解く時は、解が本当に適切であるかを確認することと、最初に何をx, yとおくのかをしっかりと明記しておくということだった。また、今回の問題は、具体的な問題はすなわち答えが小数になるということが発生したのでその時は、求められないという答えになることもあった。</p> <p>驚がりとしては、1年生の時の一次方程式の内容であった、表や文字で答えを求めるところに驚がりを感じた。学び方は、今回連立方程式で解く時は、項の係数の絶対値が1だったら代入法というように利用の場面でも同じように基準を決めて考えるという学び方が大事だと思った。</p> <p>図3 EH生 振り返りシート</p>	<p>振り返り</p> <p>・今までは連立方程式の解が一つしかなかったけれど今回学習した問題では、何個も解があったり、普通に解いたらおかしい答えになってしまったことにとっても驚いた。</p> <p>図4 UY生 振り返りシート</p>
---	--	---

生徒の振り返りから、問題場面を何度も考え直して、学びを深めるときに昨年度の内容を想起して繋がりをもたせて解いていた生徒もいた。今回のように、一つの課題で何度も考えさせるような課題設定をすることで、生徒は「別の視点ではどうか」と考えることができる。同時にその課題が他に波及するものでなければもう一度サイクルを組み直すことはできないということを感じた。

実際の生徒の様子をいうと、次の日に登校してきた生徒が朝、本授業についてもう少し詳しく考えてみた生徒もいた。具体的には式の関係を見つけたというような生徒もいたり、

場面を変えてみたらどうなるかを生徒もいたりした。

●課題

振り返りの中にも記載してある通り、1つの授業内に多くの情報を盛り込んだことで数値を変えれば問題解決につながるような授業となってしまう、2周目、3周目・・・というようにつなげる形を想定していたが数値を変えてみて吟味をし、できなければまた数値を変えてみて吟味をするという数値を変えるだけの授業展開になってしまった。本来は結果を受けて、「焦点化された問題」や「数学的に表現した問題」に行きつ戻りつをしながら進むものだったものが、結果的に数値の中でしかサイクルを回せていないという結果になってしまった。その部分に課題を見直したり、より現実事象に置き換えたりすることができるような課題設定と発問をすればそのサイクルを作り出すことができたのではないかと考えた。

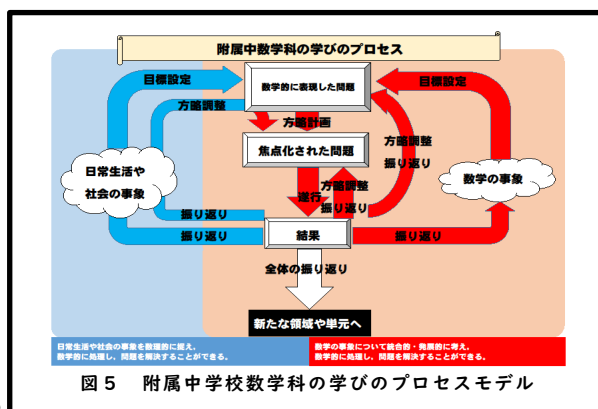


図5 附属中学校数学科の学びのプロセスモデル

【実践事例2】中等教育研究会（2023年11月23日）

第3学年数学科学習指導案

山梨大学教育学部附属中学校

指導者 小松 琢朗

共同研究者 清水 宏幸

1. 単元名 第5章【相似な図形】形に着目して図形の性質を調べよう

2. 単元について

(1) 生徒観

小学校5年生までに、三角形や四角形、正多角形、円などの基本的な図形を扱い、これらの図形を構成する要素や、図形の性質、作図の仕方などを学習してきた。また、2量の関係については、小学校2年生以来「倍」や「割合」の学習を拡張し深めてきている。さらに小学校6年生で「比」、中学校1年生で「比例式」も学習している。

その中で生徒たちは、小学校6年生において拡大図、縮図の意味とそのかき方、縮図の利用を、さらに比や比の値の意味とその表し方を学んできた。この「拡大図と縮図」という単元において、拡大図や縮図の観察やかくことを通して拡大図、縮図の意味や性質について理解し、図形を構成する要素および図形間の関係に着目し、構成の仕方を考察したり図形の性質を見いだしたりする力を養ってきた。具体的な学習状況としては、まず「形が同じで大きさが違う図形」を直観的にとらえ、それらの形同士にはどのような関係があるのかを辺の長さや角の大きさに着目して調べ、拡大図、縮図の意味の理解へとつなげた。そこから、拡大図や縮図の作図は、まず既習の合同な図形の3つのかき方をもとに考えている。さらに図形を構成する要素および図形間の関係に着目し、一つの点を中心とした拡大図、縮図の書き方も考える。また、同時に既習の基本図形を拡大図、縮図という観点からとらえ直すという学習もしている。そのうえで拡大図、縮図の学習を活用して、縮尺についても理解し、縮図から実際の長さを求めることも学んできた。日常生活の中にも縮図が用いられている場合があることに気づき、自らの生活にこの「拡大図と縮図」の学習内容が生かされていることを経験してきた。

また、中学校では2年生の学習で、三角形の合同条件を用いて、三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめることを学習してきた。「平行と合同」の単元では、小学校の「直線の垂直や平行」「図形の合同」「対称な図形」などの基本概念について、直観、具体的操作、類推や帰納的な考え方などに比較的重点がおかれてきた学習を、根拠となる事柄をもとに筋道を立てて説明するという、より演繹的な考え方に重点をおいた学習を重ねてきた。また中学校1年生で学習した「平行移動、対称移動および回転移動」「基本的な作図とその活用」で扱った図形の合同を、根拠をもとに証明し、筋道を立てて説明する力をつけ、さらに次章の「三角形と四角形」での学習の基礎としている。そのうえで「三角形と四角形」の単元では、演繹的な推論の意味や方法を明らかにしながら、三角形や四角形の性質を調べていった。また、定義や定理、および定理の逆の意味や仮定、結論を明らかにして証明することの意味などを理解し、証明を書くことにも少しずつ慣れていくように学習を進めてきた。

最後に図形領域における学習内容の定着状況を述べる。本年度の4月に行った全国学力・学習状況調査の結果をみると、ほかの領域に比べて図形領域の定着状況に課題があることが明らかとなった。具体的には生徒の誤答傾向から①文章から図（図形）をイメージすること、②証明の前提となる事柄、前提としてよい事柄を正しく把握すること、③条件変えによって証明がどのように変化するかをとらえること、に課題があることが明らかとなった。

(2) 教材観

この「相似な図形」の単元では三角形の相似条件を用いて、三角形や平行線と比に関する

る図形の性質を中心に論理的に確かめ、数学的な推論の仕方についてその理解を深めることがねらいである。

また、中学校学習指導要領（2017）の3年B図形（1）イ（ウ）に「相似な図形の性質を具体的な場面で活用すること」（P74）と明記されている。実生活の中で数学が活用されているよさを理解させ、数学を活用する態度を養う場面として、相似の考えの活用を位置付けることが大切である。地図や写真の効用や設計図の重要性をはじめとして、大きいものを小さくしたり、小さいものを大きくしたりして扱うことが有効な場面を、身のまわりからいろいろと見いだすことができる。このように、日常生活で相似を利用している場面を生徒が見いだし、利用の仕方を考察することも大切である。

本章の最後に、相似な図形の計量に関する学習をすることにより、相似な図形の理解をさらに深める。相似な図形の相似比と面積比、体積比の関係を理解させ、具体的な場面でそれを活用できるようにさせることがねらいである。相似比は対応する線分の比であり、面積比はその2乗、体積比はその3乗になることを理解させる。この理解には図形全体としての面積比や体積比だけではなく、相似な図形の対応する各部分の比を考えさせる必要がある。例えば、相似な図形の周の長さの比は各辺の長さの比を、表面積の比は立体の各面の面積比を考えさせる必要がある。このように面積比や体積比の学習では、相似な図形の対応するいろいろな部分の比について考えさせることになる。これまでは、ともすると三角形の相似条件に代表されるように、相似比を多角形の対応する辺の比としかとらえてこなかったきらいがある。相似な図形の対応するいろいろな部分の比を考えさせることにより、相似な図形についての理解を深めることが面積比や体積比の指導のねらいである。

（3）指導観

本単元では、論証指導や現実事象への相似な図形の活用はもちろんのこと、作図ツール等を活用して自らの手で図形を操作し、作業することを通してその図形のもつ本質的な性質を発見していくために必要な資質・能力も育ませたい。図形を動的にとらえることによさとしては、図形が操作によって形を変えていく中から、「変わらないもの」＝「その図形の本質的な性質」を見いだすことが可能になることである。これは事象から命題を見いだす活動や考察、すなわち「発見的考察」に他ならない。早川（1997）では「発見的考察」には「気づく段階」と「検討する段階」の2つがあるとしている。生徒は図形を観察したり、動かしたりしながら「なにかきまりはあるのだろうか」と試行錯誤する。この「なにかきまりはあるのかな」と模索している意識について、早川（1997）は『辺や角などの構成要素や辺と辺の関係、角と角の関係などに注目していくと、図形のきまりが暗示される。図形のきまりに「気づく段階」である。』と述べている。1人1台端末があるからこそ、生徒自身が自らの手で図形を動的にとらえることで、図形の中にあって変わらない本質的な性質を発見していく活動が期待できると考える。さらに「図形を動的にとらえる」という活動では、生徒たちは自らの手で図形を操作してみることで、同一の条件を満たす数多くのその図形のバリエーションを目にすることになる。この「図形を動的にとらえる」操作は図形そのものの形を変えない操作である「平行移動」「対称移動」「回転移動」とは異なる。ここでいう「図形を動的にとらえる」とは、その図を一般的な図として示すために図形を動かすことである。生徒たちはその操作の中で図形の特珠な場合も一般的な場合も数多く目にすることで、その図形に対するイメージを豊かにしていこう。これは、本校生徒の「①文章から図（図形）をイメージすることに課題がある」という課題の克服にも良い影響を与えるのではないだろうか。

次に、自分たちで見いだし、予想した命題について「本当にそうだろうか？」と確かめる活動や考察に生徒の思考は移っていく。早川（1997）は『図形のきまりに気づくと、「そのきまりは本当なのか」とその真実性を確かめようとする。また、「きまりはいつでも言えるのか」ときまりの一般性を探ろうとする。気づいた図形のきまりを「検討する段階」である。』と述べている。このように、「検討する段階」においても作図ツール等を活用し

た図形を動的にとらえる操作は有効である。本単元では図形を動かすだけでなく、その図形を構成する条件を変えながら発見したきまりの本質に迫っていくことになる。それにもなって一度行った考察をふり返り、条件が変化にもなって、図形を構成する要素の中で変化するところと変化しないところがあることに気が付いていこう。この「変化しないところ」こそが本単元の学習の最後に迫るその図形の本質である。そして最後に「確証的考察」によって演繹的にその図形の性質を証明していくことになる。「確証的考察」について早川(2001)は「見つけたきまりや法則を証明にすることによって数学的な確証を得る活動」と述べている。ここで大切なのが発見的考察を通して「本当にそうなるのか」という生徒の「証明してみたい」という欲求(必要感)を育てておくことである。与えられた命題ではなく、生徒自らが図形を操作し、考察し、見つけ出した図形の性質だからこそ生徒たちは「証明してみたい」と考えるであろう。小学校ではいわゆる「根拠となることながら」が少ないので演繹的な証明まで進むことはできないが、中学校のこの段階では証明することが可能であるため「確証的考察」にも取り組ませたい。このような学習は、本校生徒の課題でもある「③条件変えによって証明がどのように変化するかをとらえることに課題がある」ということの改善につながっていくと考える。

また、図形の本質を見いだすためには、これまでに学んだ図形の性質の活用が欠かせない。生徒たちは学習過程の中で、この図形にはどのような性質が仮定としてあり、見いだした性質はどのように証明することが可能なかを考えていくことになる。そして試行錯誤しながら徐々に条件を整理し、証明として成り立たせていくことになるのである。これは本校生徒の「②証明の前提となる事柄、前提としてよい事柄を正しく把握することに課題がある」という課題の克服にも効果があると期待している。

最後に、この単元の学習は円、三平方の定理といった図形領域の学習につながっていくのみならず、これまで学習してきた二次方程式や関数 $y = ax^2$ といった数と式領域や関数領域にもよい影響を与えていると考えている。図形を動的にとらえながら条件を付けくわえたり減らしたりしていった経験や問題解決後にその過程をふり返り、新たな性質を発見していった経験は、数学における他領域の問題場面における本質的な条件の探究に役立つであろう。

3. 単元の目標

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
①平面図形の相似の意味および三角形の相似条件について理解している。 ②基本的な立体の相似の意味及び相似な図形の相似比と面積比や体積比との関係について理解している。	①三角形の相似条件などを基にして図形の基本的な性質を論理的に確かめることができる。 ②平行線と線分の比についての性質を見だし、それらを確かめることができる。 ③相似な図形の性質を具体的な場面で活用することができる。	①相似な図形の性質のよさを実感して粘り強く考え、図形の相似について学んだことを生活や学習に生かそうとしたり、相似な図形の性質を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしていたりしている。

4. 指導と評価の計画(全25時間)

本単元を内容のまとまりである5つの小単元と単元のまとめで構成し、それぞれの授業時間数を次のように定めた。

小単元等	授業時間数	
1. 相似な図形	8時間	25時間
2. 平行線と比	8時間	

3. 相似な図形の面積と体積	4 時間	
4. 課題学習	3 時間 (本時 1 時間目)	
5. 単元のまとめ	2 時間	

各授業時間の指導のねらい・生徒の学習活動及び重点、評価方法等は次の表のとおりである。本時の授業に関わりのある小単元 4 について示す。

【小単元 4】 ※黒枠が本提案の授業

時間	ねらい・学習活動	重点	記録	備考
1	図を動かしたり補助線をひいたりする活動を通して、 ・三角形の内角の二等分線と辺の比の性質を発見・考察することができるようにする。 ・三角形の内角の二等分線と辺の比の性質を粘り強く探究する態度を養う。	思 態	○ ○	思③:学習シート 行動観察 態①:行動観察 学習感想
2	前時に見いだした性質を証明したり、課題を発展させたりする活動を通して、 ・三角形の内角の二等分線と辺の比の性質を証明することができるようにする。 ・三角形の外角の二等分線と辺の比の性質について発見することができるようにする。 ・三角形の内角の二等分線と辺の比の性質を粘り強く探究することができる態度を養う。 ・問題解決の過程を振り返り、内角の二等分線の場合をもとにして外角の二等分線の場合について考察しようとする態度を養う。	思 思 態 態	○ ○ ○ ○	思③:学習シート 行動観察 思③:学習シート 行動観察 態①:行動観察 学習感想 態①:行動観察 学習感想
3	前時に見いだした性質を証明したり、内角と外角の二等分線と辺の比の性質を統合させたりする活動を通して、 ・三角形の外角の二等分線と辺の比の性質を考察することができるようにする。 ・三角形の内角と外角の二等分線と辺の比の性質や、その性質を求める過程の共通点に着目し、統合的な見方をすることができるようにする。 ・三角形の外角の二等分線と辺の比の性質を粘り強く探究しようとする態度を養う。 ・問題解決の過程を振り返り、問題解決の方法について評価・改善しようとする態度を養う。	思 思 態 態	○ ○ ○ ○	思③:学習シート 行動観察 思③:学習シート 行動観察 学習感想 態①:行動観察 学習感想 態①:行動観察 学習感想

5. 研究との関わり

①全体研究との関わり

全体研究では「創造性」を「自ら課題を見だし、これまでに学んだことや新たな知、技術革新を結びつけることで解決して、新たな価値を創り出すための資質・能力(思考力・判断力・表現力等)」と定義づけている。それをうけて、教科総論にもある通り数学科では創造性を「数学的な考え方」を育むことであると定義した。本小単元では作図ツールを用いて図形を動的に観察しながら、角の二等分線と辺の比の性質について考察していく。生徒たちは先にも述べた「発見的考察」と「確証的考察」を繰り返す中で「等しい2つの角に着目し、二等辺三角形の性質を利用すること」「相似な三角形に着目することで対応する線分の長さの比がとれること」「図形の性質の考察に有効な補助線の種類」「内角と外角そ

それぞれの二等分線と辺の比の性質の共通性」を発見していくことになるであろう。この過程そのものがプロセスモデルのサイクル「遂行→ふり返り→方略調整→遂行・・・」を回していくことと同義であると考えられる。このように試行錯誤することを通して、生徒たちが図形領域に対する概念（価値）を創り出していくことを期待している。

②本校数学科で目指す「考えさせる授業」との関連

本小単元では、本校数学科として特に育みたい「創造性」のうち、「②数学の事象における問題を数学的にとらえることについて、数学の事象から問題を見いだす力や、事象の特徴を捉え、数学化する力、得られた結果を基に拡張・一般化する力」と「④解決過程を振り返るなどして概念を形成したり、体系化したりすることについて、数学的な見方・考え方のよさを見いだす力や、得られた結果を基に批判的に検討し、体系的に組み立てていく力、見いだした事柄を既習の知識と結び付け、概念を広げたり深めたりする力、統合的・発展的に考える力」を育むことを目指している。②を育むための過程の方略として「事象の特徴を的確に捉える」ことや「理想化したり単純化したりすること」、④を育むための過程の方略として「解決の過程や結果を振り返り評価・改善すること」や「統合的・発展的に考察すること」を生徒たちは用いると考える。これらの創造性を育んだり、方略を身に着けたりするためには生徒自らが「考える」ことが不可欠である。作図ツールを用いて図形を動的に観察し、「角の二等分線と辺の比の性質」を「発見的考察」と「確証的考察」を繰り返しながら見いだしていく活動は、本校数学科が重視する「作業」といえるものである。この「作業」を通じて、「考えさせる授業」づくりを行い、生徒の創造性を育てていく。

6. 本提案の授業

(1) 日 時：令和5年11月23日（木）第2校時 9：50～10：40

(2) 場 所：山梨大学教育学部附属中学校 第1コンピューター室

(3) 題材名：「角の二等分線と辺の比の性質を発見しよう」

(4) 本時のねらい

図を動かしたり補助線をひいたりする活動を通して、

- ・ 三角形の内角の二等分線と辺の比の性質を発見・考察することができるようにする。【思考・判断・表現】
- ・ 三角形の内角の二等分線と辺の比の性質を粘り強く探究する態度を養う。【主体的に学習に取り組む態度】

(5) 評価のための工夫

【思考・判断・表現】について

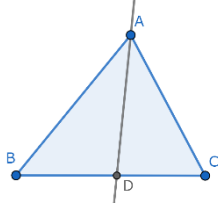
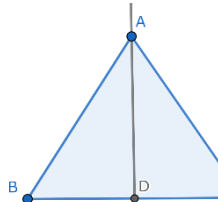
- ・ 授業では、自力解決やグループ学習の様子、全体での発表の内容から見とる。
- ・ 自力解決やグループ学習の様子、全体での発表の中で見とれなかった生徒は、授業後に学習シートの記事の内容で見とる。

【主体的に学習に取り組む態度】について

- ・ 授業では、粘り強く課題に取り組んでいるか、自分にとって適切な学習形態を選択しているか、生徒の行動を観察する。なお、「粘り強く課題に取り組む」姿の一例として「補助線のひき方を数種類検討する」「より証明が簡潔になる（一般性のある）補助線のひき方について検討する」といったことが考えられる。
- ・ 本時の学習内容について自らの学びを評価・改善しているかについては、授業後に学習感想の中で見とる。

(6) 展開

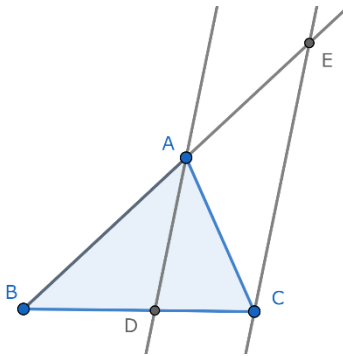
展開 (1 / 3 時) ※公開授業

過程	指導内容及び学習活動	・予想される生徒の反応	○指導上の留意点 ☆評価
導入 (25)	<p>●課題を把握する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-bottom: 10px;"> $\triangle ABC$ において $\angle A$ の二等分線と線分 BC の交点を D とすると、この図形にはどんな図形の性質があるか調べてみよう。 </div> <ul style="list-style-type: none"> ・作図した図形の性質について調べる。  <ul style="list-style-type: none"> ・特殊な場合を考える。  <ul style="list-style-type: none"> ・ $\triangle ABC$ の一般形と特殊形を比較して考える。 ・発見したこの図形の性質を「予想」として学習シートへまとめる。 <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin-top: 10px;"> この図形において $AB:AC=BD:DC$ となることを証明しよう。 </div>	<ul style="list-style-type: none"> ・辺の長さや角の大きさを測定して調べてみよう。 ・ $\triangle ABC$ を正三角形にして考えてみよう。 ・ $\triangle ABC$ を $AB=AC$ の二等辺三角形にして考えてみよう。 ・正三角形や二等辺三角形のときは直線 AD は辺 BC の垂直二等分線にもなっている。 ・ $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ の面積が等しい。 ・ $AB:AC$ と $BD:DC$ が等しい。 <ul style="list-style-type: none"> ・正三角形や二等辺三角形でないときは直線 AD は垂直ではないし、底辺を二等分もしていないね。 ・ $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ の面積の比が $BD:DC$ と等しくなる。 ・ $AB:AC$ と $BD:DC$ が等しい。 	<ul style="list-style-type: none"> ○Geogebra で生徒と一緒に作図する。 ・学習シートをロイロノートで配布する。 ・生徒が発見した性質を全体で共有する際、その図だけでなく図を動かした場合でも成り立つことを実際に図を動かして見せることで確認する。 ・「二等分する」ということは底辺を $1:1$ にわけているということに気づかせる。 ・比の発想が生まれない場合は「二等辺三角形の場合は $1:1$ だったが、この図形では点 D は底辺をどう分けているのか」と問うてみる。 ・ $BD:DC$ が $AB:AC$ と等しいことに気づいていない場合は、比の値をするよう促し、生徒の目で確認させる。
展開 (20)	<ul style="list-style-type: none"> ○見通しをもつ ・比が等しいことを示す方法について検討する。 	<ul style="list-style-type: none"> ・比が等しいことを示すためには相似な図形を見つけて相似比を考えればいい。 ・相似な図形を見つけるために補助線をひくのがよさそうだ。 ・補助線には「三角形を作るための線」「平行線」「垂線」「延長線」があった。 	<ul style="list-style-type: none"> ○補助線のひき方は図形領域で2年次から順次指導済

●自力解決

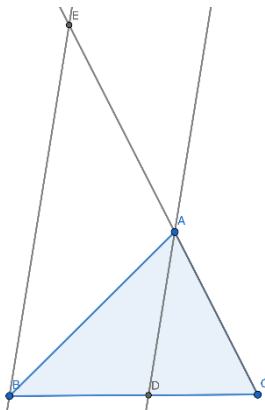
●個人探究 or グループ探究を選択し，引き続き課題解決をはかる。

・面積も活用できないかな。
ア 点 C を通る AD の平行線をひく



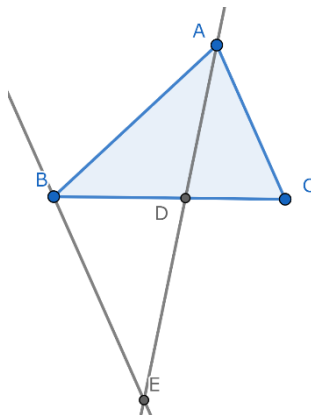
AD の平行線を点 C を通るようにひき，BA の延長線との交点を E とする。

イ 点 B を通る AD の平行線をひく



AD の平行線を点 B を通るようにひき，CA の延長線との交点を E とする。

ウ 点 B を通る AC の平行線をひく



AC の平行線を点 B を通るようにひ

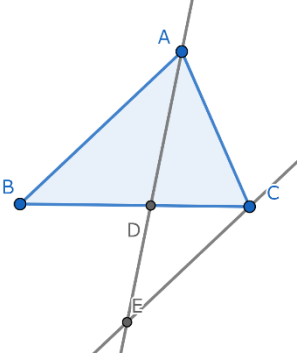
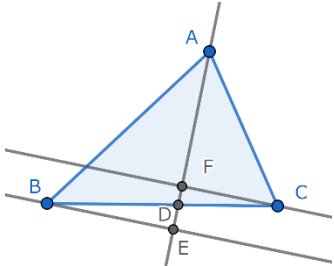
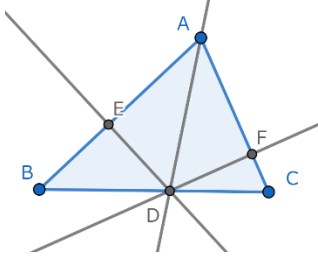
み

○証明の書き方で困難を感じる生徒がいると考えられる。必要に応じて全体共有の時間をとり，証明の方針について確認する。

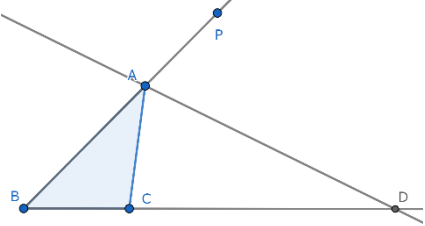
○生徒には自分でつくった図をロイノートへ送り，学習シートへ貼り付けて自分の考えを記入するよう指示する。

○各図における証明は教材研究の項に後述。

☆学習シート【思・判・表】

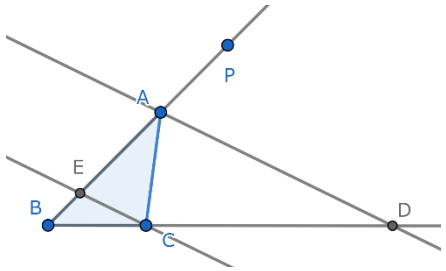
		<p>き、ADとの交点をEとする。</p> <p>エ 点Cを通るABの平行線をひく</p>  <p>ABの平行線を点Cを通るようにひき、ADとの交点をEとする。</p> <p>オ 点B, CからADに垂線をおろす</p>  <p>点Bから直線ADにおろした垂線をBE, 点Cから直線ADにおろした垂線をCFとする。</p> <p>カ 点DからAB, ACに垂線をおろす</p>  <p>点Dから線分ABと線分ACにそれぞれ垂線DEとDFをおろす。</p>	
<p>まとめ (5)</p>	<p>●学習感想を書く。</p>	<p>・ふり返しシートに本時のふり返りを記入する。</p>	<p>☆ふり返しシート 【態】</p>

展開 (2 / 3 時)

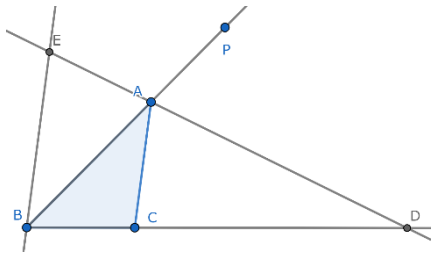
過程	指導内容及び学習活動	・予想される生徒の反応	○指導上の留意点 ☆評価
<p>展開 (25)</p> <p>まとめ (5)</p>	<p>●全体共有を行う</p> <p>・ここまでの学習内容を ふり返ってまとめる。</p>	<p>・モニターを利用し、証明を発表する。 ※○ア、カは必ず取り上げたい。 ・発表された証明を聞き、自分でも他者へ説明してみる。</p>	<p>○本時の学びにつながる学習感想を紹介し、全体共有に入る。 ○形式的な証明も大切であるが、発表時には見いだした性質を平行線や等しい長さ(角)を図示しながら説明できれば良い。 ○必ず自分で口頭で他者へ証明するように指示する。</p>
<p>導入 (15)</p>	<p>ここまでの学習内容でわかったこと ○三角形 ABC の $\angle A$ の二等分線と線分 BC との交点を D とすると、$AB:AC=BD:DC$ が成り立つ →相似比や面積比を用いて比が等しいことが説明できる →相似な図形を見つけるのに平行線や垂線が役に立つ →垂線は図形の高さになる →底角が等しいことから二等辺三角形を発見できる</p>	<p>・モニターを利用し、証明を発表する。 ※○ア、カは必ず取り上げたい。 ・発表された証明を聞き、自分でも他者へ説明してみる。</p>	<p>○本時の学びにつながる学習感想を紹介し、全体共有に入る。 ○形式的な証明も大切であるが、発表時には見いだした性質を平行線や等しい長さ(角)を図示しながら説明できれば良い。 ○必ず自分で口頭で他者へ証明するように指示する。</p>
	<p>●課題を見いだす ・問題の発展について話し合う。</p> <p>・Geogebra を用いて角の二等分線が外角を二等分する場合について考察する。</p>	<p>・Geogebra でさらに図形を動かして考えてみよう ・角の二等分線をさらにかいて交点を表示させてみよう。 ・内角だけではなく外角の二等分線を考えてみたらどうだろう。 【直線 AD が $\angle A$ の外角 ($\angle PAC$) の二等分線の場合】</p> 	<p>○問題の発展の方向を問い、生徒に考えさせる。</p>
		<p>△ABC において $\angle A$ の外角の二等分線と直線 BC の交点を D とすると、この図形にはどんな図形の性質があるか調べてみよう。 このとき、四角形 EFGH が正方形となることを証明しよう</p>	<p>・ $AB:AD \neq BC:CD$ だった。 ・角の二等分線が BC と平行になってしまうときがあるよ。 ・△ABC が二等辺三角形のとき角の二等分線と BC が平行になってしまう？</p>

		<ul style="list-style-type: none"> ・点 D の位置が辺 BC の左右に変わるのはどんな条件が関係しているのだろう ・$\angle ABC$ と $\angle ACB$ の大きさの大小で点 D の位置が変わっている ・比の値をとってみるとこの図でも $AB : AC = BD : DC$ が成り立っている。 	
	$\angle ABC < \angle ACB$ のとき、この図形において $AB : AC = BD : DC$ となることを証明しよう。		
まとめ (5)	●学習感想を書く。	・ふり返しシートに本時のふり返しを記入する。	☆ふり返しシート【態】

展開 (3 / 3 時)

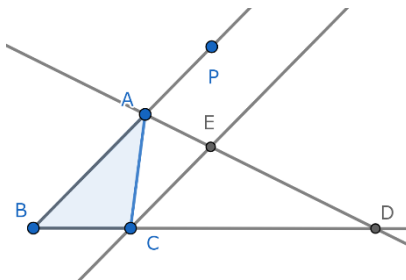
過程	指導内容及び学習活動	・予想される生徒の反応	○指導上の留意点 ☆評価
展開 (45)	<p>○見通しをもつ</p> <ul style="list-style-type: none"> ・比が等しいことを示す方法について検討する。 <p>●自力解決</p> <p>●個人探究 or グループ探究を選択し、引き続き課題解決をはかる。</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・前回の内角を二等分したときの考え方が使えるかも。 ・比が等しいことを示すためには相似な図形を見つけて相似比を考えればいい。 ・相似な図形を見つけるために補助線をひくのがよさそうだ。 ・補助線には「三角形を作るための線」「平行線」「垂線」「延長線」があった。 ・面積も活用できないかな。 <p>キ 点 C を通る AD の平行線をひく</p>  <p>ク 点 B を通る AD の平行線をひく</p> <p>※ $\angle ABC > \angle ACB$ の場合に成り立つ</p>	<p>○本時の学びにつながる学習感想を紹介し、内角の二等分線から外角の二等分線へのつながりを想起させる。</p> <p>○証明の書き方で困難を感じる生徒がいると考えられる。必要に応じて全体共有の時間をとり、証明の方針について確認する。</p> <p>○各図における証明は教材研究の項に後述。</p> <p>☆学習シート【思・判・表】</p>

ケ 点 B を通る AC の平行線をひく



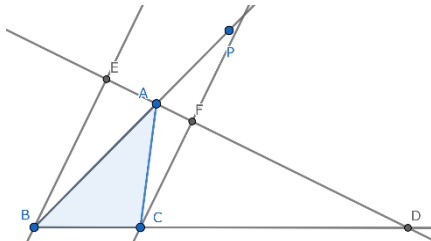
ACの平行線を点Bを通るようにひき，ADとの交点をEとする。

コ 点 C を通る AB の平行線をひく



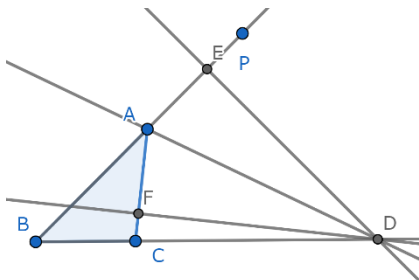
ABの平行線を点Cを通るようにひき，ADとの交点をEとする。

サ 点 B, C から AD に垂線をおろす



点 B から直線 AD におろした垂線を BE, 点 C から直線 AD におろした垂線を CF とする。

シ 点 D から AB, AC に垂線をおろす



点 D から線分 AB と線分 AC にそれ

●全体共有を行う

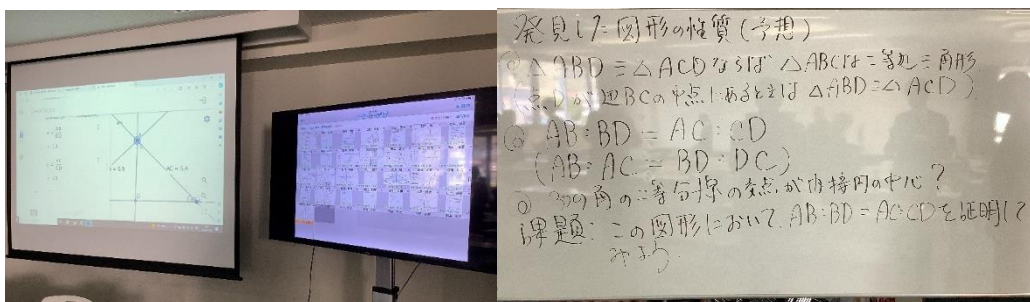
・ここまでの学習内容を

○形式的な証明も大切であるが，発表時には見いだした性質を平行線や等しい長さ(角)を図示しながら説明できれば良い。

○必ず自分で口頭で他者へ証明するように指示する。

	ふり返ってまとめる。	ぞれ垂線 DE と DF をおろす。 ・モニターを利用し、証明を発表する。 ・発表された証明を聞き、自分でも他者へ説明してみる。	
	ここまでの学習内容でわかったこと ○三角形 ABC の $\angle A$ の二等分線と線分 BC との交点を D とすると、 $AB:AC=BD:DC$ が成り立つ これは内角の二等分線でも外角の二等分線でも成り立つ。 →相似比や面積比を用いて比が等しいことが説明できる →相似な図形を見つけるのに平行線や垂線が役に立つ →垂線は図形の高さになる →底角が等しいことから二等辺三角形を発見できる		
まとめ (5)	●学習感想を書く。	・ふり返しシートに本時のふり返しを記入する。	☆ふり返しシート 【態】【思・判・表】

(7) 板書計画



(8) 評価の視点

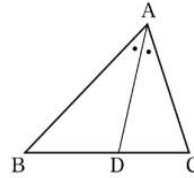
	A の例	B の姿	C の生徒への手立て
思考・判断・表現	・三角形の内角の二等分線と辺の比の性質を発見し、複数の方法で考察することができる。	・三角形の内角の二等分線と辺の比の性質を発見・考察することができる。	Geogebra の測定ツールの使用や、他者との学び合いを積極的に促し、課題解決に有効な補助線のひき方について考えさせる。
主体的に学習に取り組む態度	・図を動かしたり補助線をひいたりしながら、三角形の内角の二等分線と辺の比の性質を粘り強く調べ、他者との学び合いを通して、気づいたことや修正点を記録している。 ・問題解決の過程や結果を振り返って適切に評価し、改善しようとしている。(具体的に新たな視点などが書かれている)	・図を動かしたり補助線をひいたりしながら、三角形の内角の二等分線と辺の比の性質を粘り強く探究することができる。 ・問題解決の過程を振り返って、自身の考えを検討しようとしている。(学習を調整しようという気持ちなどが書かれている)	・机間巡視し、考えに行き詰まっているようであれば周りの生徒と情報交換をするように促す。 ・A 評価の学習感想を次の時間の始めに示し、どのような振り返りが必要か理解する機会を設ける。

(9) 教材について

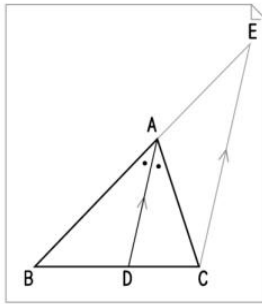
東京書籍「新編 新しい数学3」P153に問3として登場する。ここではすでに結論が $AB:AC=BD:DC$ となることが示されており、命題化されている。今回の一連の授業展開では、この結論部分を生徒が見いだし、命題化する。図形を動的に操作しながら、その図形のもつ性質を見い出すことを経験させたい。

問3

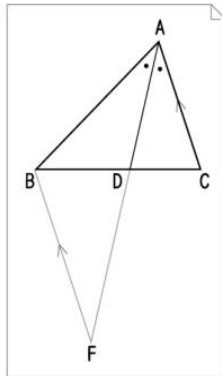
$\triangle ABC$ の $\angle A$ の二等分線と辺 BC との交点を D とすると、 $AB:AC=BD:DC$ となります。このことを証明しなさい。



はるかさんの
考え



ひろさんの
考え



$\triangle ACE$ や $\triangle ABF$ は
どんな三角形に
なっているかな。

学びを
ふり返ろう

相似な図形の性質を利用するために、もとの図形にどんな補助線をひいたでしょうか。



もとの図形に平行線をひいて、相似な三角形を作ると、相似な図形の性質や等しい線分の比を利用できるようになる。

【AD が内角の二等分線の場合】

ア 点 C を通る AD の平行線をひく
 AD の平行線を点 C を通るようにひき、 BA の延長線との交点を E とする。

仮定より $\angle BAD = \angle CAD \dots \textcircled{1}$

平行線の錯角は等しいから $\angle CAD = \angle ACE \dots \textcircled{2}$

平行線の同位角は等しいから $\angle BAD = \angle AEC \dots \textcircled{3}$

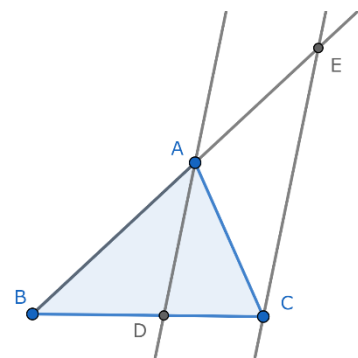
$\textcircled{1}\textcircled{2}\textcircled{3}$ より $\angle ACE = \angle AEC$

$\triangle ACE$ は 2 つの角が等しいので二等辺三角形だから $AC = AE \dots$

$\textcircled{4}$

三角形と比の定理より $BA:AE = BD:DC \dots \textcircled{5}$

$\textcircled{4}\textcircled{5}$ より $BA:AC = BD:DC$



イ 点 B を通る AD の平行線をひく

AD の平行線を点 B を通るようにひき, CA の延長線との交点を E とする。

仮定より $\angle BAD = \angle CAD \cdots ①$

平行線の錯角は等しいから $\angle BAD = \angle ABE \cdots ②$

平行線の同位角は等しいから $\angle CAD = \angle AEB \cdots ③$

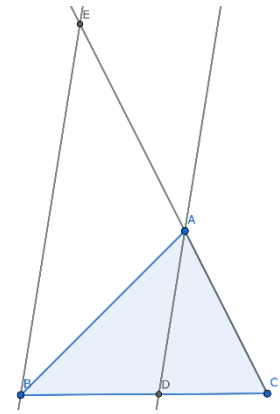
①②③より $\angle ABE = \angle AEB$

$\triangle ABE$ は 2 つの角が等しいので二等辺三角形だから $AB = AE \cdots ④$

三角形と比の定理より $CA : AE = CD : DB \cdots ⑤$

④⑤より $CA : AB = CD : DB$

よって $AB : AC = BD : DC$



ウ 点 B を通る AC の平行線をひく

AC の平行線を点 B を通るようにひき, AD との交点を E とする。

仮定より $\angle BAD = \angle CAD \cdots ①$

平行線の錯角は等しいから $\angle CAD = \angle BED \cdots ②$

①②より $\angle BED = \angle BAD \cdots ③$

$\triangle BAE$ は 2 つの角が等しいので二等辺三角形だから $BA = BE \cdots ④$

$\triangle BED$ と $\triangle CAD$ において

対頂角は等しいから $\angle BDE = \angle CDA \cdots ⑤$

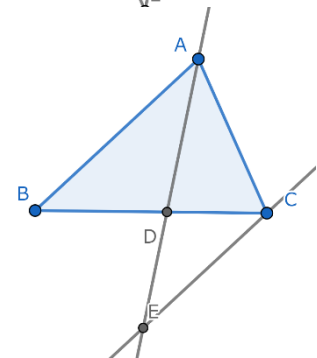
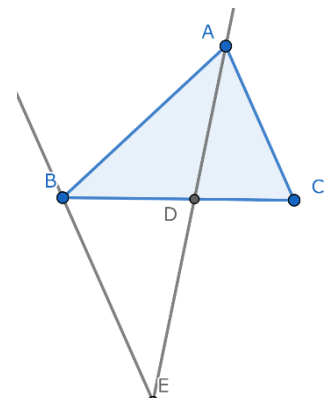
平行線の錯角は等しいから $\angle BED = \angle CAD \cdots ⑥$

⑤⑥より 2 組の角がそれぞれ等しいから $\triangle BED \sim \triangle CAD$

相似な図形の対応する線分の比は等しいから $BE : AC = BD : DC \cdots$

⑦

③⑦より $BA : AC = BD : DC$



エ 点 C を通る AB の平行線をひく

AB の平行線を点 C を通るようにひき, AD との交点を E とする。

仮定より $\angle BAD = \angle CAD \cdots ①$

平行線の錯角は等しいから $\angle BAD = \angle CED \cdots ②$

①②より $\angle CED = \angle CAD \cdots ③$

$\triangle CAE$ は 2 つの角が等しいので二等辺三角形だから $CA = CE \cdots ④$

$\triangle BAD$ と $\triangle CED$ において

対頂角は等しいから $\angle BDA = \angle CDE \cdots ⑤$

平行線の錯角は等しいから $\angle BAD = \angle CED \cdots ⑥$

⑤⑥より 2 組の角がそれぞれ等しいから $\triangle BAD \sim \triangle CED$

相似な図形の対応する線分の比は等しいから $BA : CE = BD : DC \cdots ⑦$

③⑦より $BA : AC = BD : DC$

オ 点 B, C から AD に垂線をおろす

点 B から直線 AD におろした垂線を BE, 点 C から直線 AD におろした垂線を CF とする。

$\triangle ABE$ と $\triangle ACF$ において

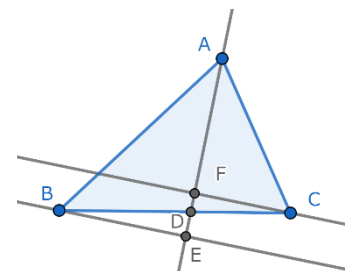
仮定より $\angle BAE = \angle CAF \cdots ①$

$\angle BEA = \angle CFA = 90^\circ \cdots ②$

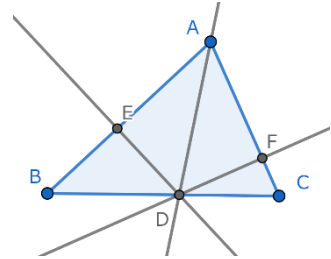
①②より 2 組の角がそれぞれ等しいから $\triangle ABE \sim \triangle ACF$

相似な図形の対応する線分の比は等しいから $AB : AC = BE : CF \cdots ③$

$\triangle BED$ と $\triangle CFD$ において



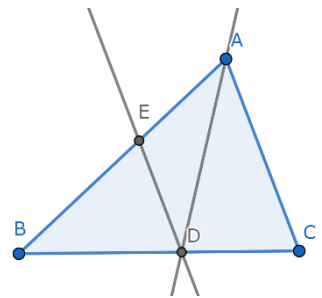
対頂角は等しいから $\angle BDE = \angle CDF \dots ④$
 $\angle BED = \angle CFD = 90^\circ \dots ⑤$
 ④⑤より 2組の角がそれぞれ等しいから
 $\triangle BED \sim \triangle CFD$
 相似な図形の対応する線分の比は等しいから $BD:DC = BE:CF \dots ⑥$
 ③⑥より $AB:AC = BD:DC$



カ 点 D から AB, AC に垂線をおろす
 点 D から線分 AB と線分 AC にそれぞれ垂線 DE と DF をおろす。
 $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ の面積比を考えると, BD と DC をそれぞれ底辺としたとき高さが等しいから
 $\triangle ABD : \triangle ACD = BD : DC \dots ①$
 また角の二等分線上の点から角の 2 辺までの距離は等しいから
 $DE = DF \dots ②$
 よって $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ の面積比を, AB と AC をそれぞれ底辺としたとき②から高さが等しいから
 $\triangle ABD : \triangle ACD = AB : AC \dots ③$
 ①③より $AB : AC = BD : DC$

Ex. 点 D を通る AC の平行線をひく (点 D を通る AB の平行線をひく)

AC の平行線を点 D を通るようにひき, AB との交点を E とする。
 仮定より $\angle BAD = \angle CAD \dots ①$
 平行線の錯角は等しいから $\angle CAD = \angle ADE \dots ②$
 ①②より $\angle ADE = \angle BAD \dots ③$
 $\triangle ADE$ は 2つの角が等しいので二等辺三角形だから $EA = ED \dots ④$
 $EB \parallel AC$ だから, 三角形と比の定理より $BE:EA = BD:DC \dots ⑤$ $BA:AC = BE:ED \dots ⑥$
 ④⑤より $BE:ED = BD:DC \dots ⑦$
 ⑥⑦より $BA:AC = BD:DC$

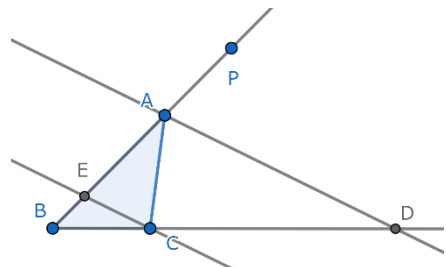


【AD が外角の二等分線の場合】

※ $\triangle ABC$ が $\angle ABC = \angle ACB$ である二等辺三角形の場合は $\angle A$ の外角の二等分線が BC と平行になってしまうため除く
 ※ $\angle ABC$ と $\angle ACB$ の大小関係によって点 D の位置が変化する。以下の図は※ $\angle ABC < \angle ACB$ の場合

キ 点 C を通る AD の平行線をひく…アと同バージョン
 AD の平行線を点 C を通るようにひき, BA との交点を E とする。

仮定より $\angle PAD = \angle CAD \dots ①$
 平行線の錯角は等しいから $\angle CAD = \angle ACE \dots ②$
 平行線の同位角は等しいから $\angle PAD = \angle AEC \dots ③$
 ①②③より $\angle ACE = \angle AEC$
 $\triangle ACE$ は 2つの角が等しいので二等辺三角形だから $AC = AE \dots ④$
 三角形と比の定理より $BA:AE = BD:DC \dots ⑤$
 ④⑤より $BA:AC = BD:DC$



ク 点 B を通る AD の平行線をひく…イと同バージョン※ $\angle ABC > \angle ACB$ の場合に成り立つ

ケ 点 B を通る AC の平行線をひく…ウと同バージョン
AC の平行線を点 B を通るようにひき，AD との交点を E とする。

AD は角の二等分線だから $\angle PAD = \angle CAD \cdots ①$

対頂角は等しいから $\angle PAD = \angle EAB \cdots ②$

平行線の同位角は等しいから $\angle DAC = \angle DEB \cdots ③$

①②③より $\angle EAB = \angle AEB$

$\triangle BAE$ は 2 つの角が等しいので二等辺三角形だから $BA = BE \cdots ④$

$\triangle DCA$ と $\triangle DBE$ において

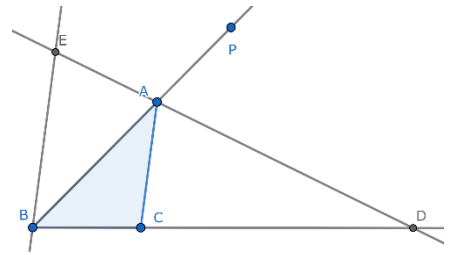
平行線の同位角は等しいから $\angle DAC = \angle DEB \cdots ⑤$

$\angle D$ は共通の角…⑥

⑤⑥より 2 組の角がそれぞれ等しいから $\triangle DCA \sim \triangle DBE$

相似な図形の対応する線分の比は等しいから $EB : AC = BD : CD \cdots ⑦$

④⑦より $AB : AC = BD : DC$



コ 点 C を通る AB の平行線をひく…エと同バージョン
AB の平行線を点 C を通るようにひき，AD との交点を E とする。

AD は角の二等分線だから $\angle PAD = \angle CAD \cdots ①$

平行線の錯角は等しいから $\angle AEC = \angle EAP \cdots ②$

①②より $\angle AEC = \angle CAD$

$\triangle CAE$ は 2 つの角が等しいので二等辺三角形だから $CA = CE \cdots ③$

$\triangle DCE$ と $\triangle DBA$ において

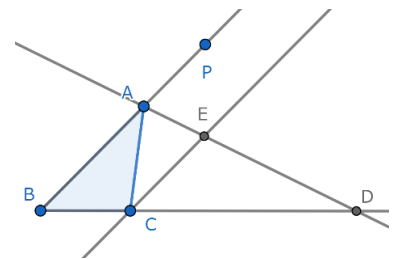
平行線の同位角は等しいから $\angle DCE = \angle DBA \cdots ④$

$\angle D$ は共通の角…⑤

④⑤より 2 組の角がそれぞれ等しいから $\triangle DCE \sim \triangle DBA$

相似な図形の対応する線分の比は等しいから $AB : EC = BD : CD \cdots ⑥$

③⑥より $AB : AC = BD : DC$



サ 点 B, C から AD に垂線をおろす…オと同バージョン
点 B から直線 AD におろした垂線を BE, 点 C から直線 AD におろした垂線を CF とする。

$\triangle ABE$ と $\triangle ACF$ において

仮定より $\angle PAF = \angle CAF \cdots ①$

対頂角は等しいから $\angle PAF = \angle BAE \cdots ②$

①②より $\angle BAE = \angle CAF \cdots ③$

$\angle BEA = \angle CFA = 90^\circ \cdots ④$

③④より 2 組の角がそれぞれ等しいから $\triangle ABE \sim \triangle ACF$

相似な図形の対応する線分の比は等しいから $AB : AC = BE : CF \cdots ⑤$

$\triangle BED$ と $\triangle CFD$ において

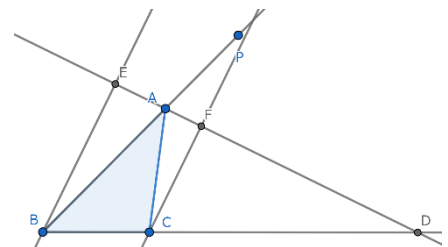
$\angle BED = \angle CFD = 90^\circ \cdots ⑥$

$\angle D$ は共通な角…⑦

⑥⑦より 2 組の角がそれぞれ等しいから $\triangle BED \sim \triangle CFD$

相似な図形の対応する線分の比は等しいから $BD : DC = BE : CF \cdots ⑧$

⑤⑧より $AB : AC = BD : DC$



シ 点 D から AB, AC に垂線をおろす…カと同バージョン ※二等分線の内外で証明に変化なし

点 D から線分 AB と線分 AC にそれぞれ垂線 DE と DF をおろす。

$\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ の面積比を考えると、BD と DC をそれぞれ底辺としたとき高さが等しいから

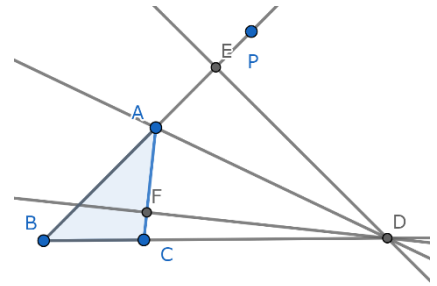
$$\triangle ABD : \triangle ACD = BD : DC \cdots \textcircled{1}$$

また角の二等分線上の点から角の 2 辺までの距離は等しいから $DE = DF \cdots \textcircled{2}$

よって $\triangle ABD$ と $\triangle ACD$ の面積比を、AB と AC をそれぞれ底辺としたとき $\textcircled{2}$ から高さが等しいから

$$\triangle ABD : \triangle ACD = AB : AC \cdots \textcircled{3}$$

$$\textcircled{1} \textcircled{3} \text{ より } AB : AC = BD : DC$$



この角の二等分線と辺の比の性質は、今回の教材において 2 点 B, C の内分点と外分点へとつながる。さらに内分点と外分点を直径とする「アポロニウスの円」へと発展していく。

【アポロニウスの円】

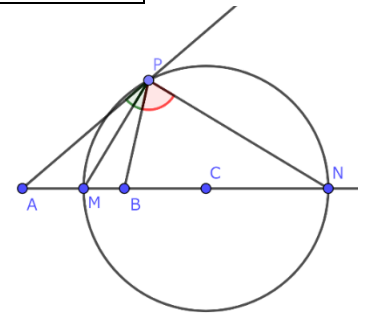
2 点 A, B からの距離の比が $m : n$ で一定である点の軌跡は円である。

この定理を応用すると次のような定理の証明も可能になる。

4 点 A, M, B, N がこの順に同一直線上にあり、 $AM : MB = AN : NB = m : n$ を満たしている。また、線分 PQ を直径とする円上に点 P を取る。

すると、 $\angle APM = \angle BPM, 180^\circ - \angle APN = \angle BPN$

このほか、チェバの定理の特殊な場合としてとらえたり、メネラウスの定理へ発展することが可能であったり高校数学への架け橋になりうる教材となっている。



7. 成果と課題

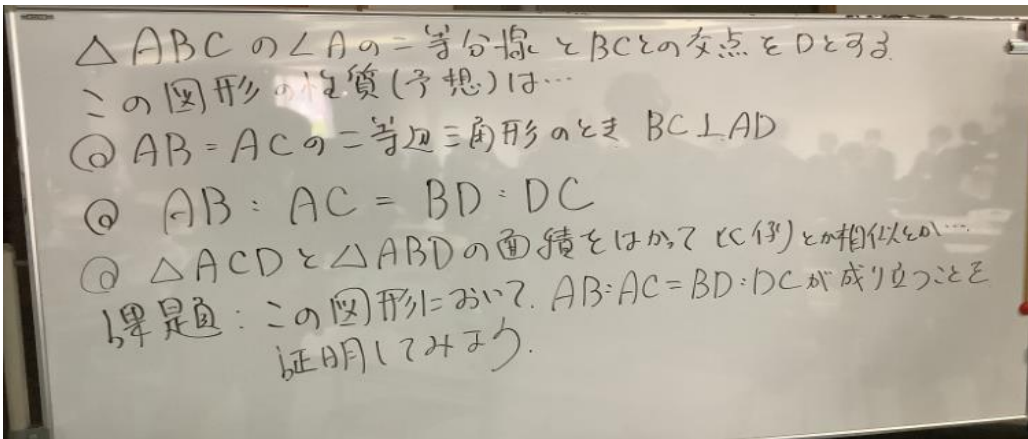
(1) 成果

- ・ 今回のねらいであった「生徒の手による角の二等分線と比の性質の発見」を実現することができた。事前検討からの懸念であった「比をとる活動」について、ここまでの授業の中で重要な性質であることを生徒が学んでいたため、本時においても探究すべき性質の一つとして認識していたと考えられる。また「特殊（本時でいえば $\triangle ABC$ を正三角形や二等辺三角形とする）から一般を考える」「辺や角の大きさを調べる」「補助線を追加して考える」といったこれまで生徒たちが授業内で培ってきた探究方法を用いている様子が多数見られた。日頃の Geogebra を用いた探究活動が価値あるものとしていきていた結果だと思われる。
- ・ 「角の二等分線と比の性質」の証明については、授業に参加していた生徒全員がなんらかの補助線をひき、取り組むことができていた。また、複数の方法で証明に取り組んだ生徒は 30 名中 8 名だった。ほとんどすべての生徒はまずは平行線をひいて証明しようとしていた。相似な図形との相性の良さをこれまでの授業で実感していた結果だと思われる。さらに垂線を補助線とする証明に臨んだ生徒たちは、「見通しに補助線として垂線があったから使えるのではないか」という趣旨のつぶやきをしていたことから、見通しをもとに補助線を考えたと思われる。
- ・ 個人探究、グループ探究ともに生徒たちはよく探究することができていたと思う。個人探究を大切にすることで自らの考えをまとめることができたり、課題への理解が深まったりしていく。その結果「この部分を話し合いたい」「他の考えを知りたい」という探究心をもってグループ活動へ臨むことができていたと思う。

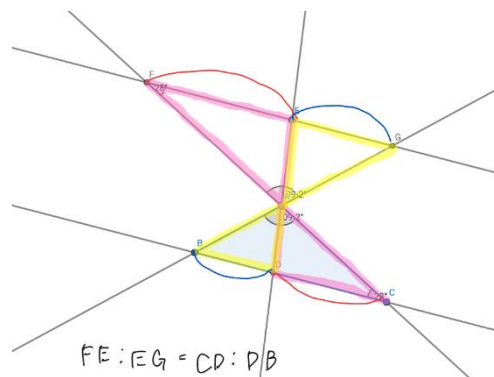


(2) 課題

- 授業内で「発見した図形の性質（予想）」として取り上げることができたものは3つにとどまった。生徒の様子を見ている限り、「角の大きさを調べる」「辺の長さを調べる」「角の二等分線を増やす（内心の発見）」「円を補助線として図形の性質を調べる」といった活動を行っていた。これらは全体共有することができていない。今回の授業では課題の探究時間を確保したいというねらいもあったため、取り上げずに終わっているが、やはり生徒の創造性を育むためには様々な考えの表出が欠かせない。時間配分について考える必要があると感じている。



- 補助線の引き方に対するこれまでの指導に課題が残ったと感じている。まず図形の性質を発見するための探究の段階で、すぐに補助線をひいてしまうことでこの図形そのものではなくなってしまっている生徒がいた。やはりまずはこの図形そのものの探究を行い、その後「他に性質はないか」と発展していく過程で補助線をひくような指導が本時まで必要だったと考えている。同様に発見した性質を証明していく段階においても、補助線をやみくもに増やしてしまったり、探究すべき課題の解決からは遠い補助線から抜け出せなかったりする生徒がいた。



これまでの授業の中で、補助線を増やしすぎると図形そのものが見えづらくなったり、課題として考えている部分に必要な補助線が適宜ふり返ったりする経験をさせておくことで、この課題は解決していきけるのではないだろうか。

- ・ 解決のための見通しについて、授業のまとめの段階で「見通しとして適切であったか」を確認する必要がある。この共有を行うことで、成果として挙げた「垂線を使用した探究」に進む生徒がさらに増えたかもしれない。
- ・ 生徒の思考過程を残す工夫が必要であった。「発見的考察」「確証的考察」のどちらにおいても、生徒たちは様々な探究をしていた。その中には他者の考えを理解するヒントや次時以降の課題発展時の思考の種があったかもしれない。こういった思考過程を表出させ、残しておくことで、さらに数学的に価値のある探究活動ができると考える。

引用文献

- ・ 中学校学習指導要領(2017)
- ・ 早川健(1997)「作図ツールソフトを活用して図形概念を豊かにする指導ー「四角形の中の四角形」の指導を中心としてー」.第33回数学教育論文発表会論文集.p147-p152
- ・ 早川健(2001)「作図ツールソフトを活用した小学校の図形指導」.山梨大学大学院教育学研究科修士論文
- ・ 「新編 新しい数学3」(2016)教科書,東京書籍.P153

参考文献

- ・ 「新編 新しい数学3」(2016)指導書,東京書籍
- ・ 「新編 新しい算数6」(2015)指導書,東京書籍
- ・ 飯島康之(2022)ICT活用を位置づけた中学校数学の授業モデル3年,明治図書

6 本年度の研究のまとめと次年度の研究に向けて

今年度は主に前述の創造性③④の育成を目指して研究を進めた。今年度の研究を通して、創造性③④を育むためには、昨年度の研究で中心として進めた「解決すべき課題の設定」が重要であることがわかった。小松健一、小松琢朗両名による実践においても、課題提示の工夫を重視していた。また、これまでの学習を活かして解決しようとする生徒の姿が見られた。これらは、この2年間積み重ねた研究の成果といえよう。

昨年度末に行ったアンケートと同様に、今年度も「創造性」という視点で、生徒の変容と課題を考察するための一つの材料として、生徒に対してアンケートを実施した。創造性とは数学的な見方や考え方であると考え、「数学の学習で『数学的な見方・考え方』をはたらかせた場面について、最も自分に当てはまるものをそれぞれ選んでください。」という質問で全学年を対象に行った。その結果、創造性①②の場面で、数学的な見方・考え方をはたらかせたと感じている生徒が72.8%、創造性③④の場面ではたらかせたと感じている生徒が78.0%であることがわかった。昨年度は創造性③④の場面で数学的な見方・考え方をはたらかせたと感じる生徒の割合が、①②の場面の割合を大きく下回っていたことから、今年度の研究が、③④の場面における生徒の創造性の育成に効果的であったことがわかった。また、昨年度は創造性①②の場面で数学的な見方・考え方をはたらかせたと感じた生徒が約40%であったことから、この場面でも大きな成果が見られた。このことから、「解決すべき課題の設定」が重要であり、「附属中数学科 学びのプロセス」のサイクルを回すことで、どちらの創造性も育んでいけることがわかった。

次年度は3年計画の最終年である。引き続き、生徒の創造性を育むために有効な手立てについての研究を進めていく。中等教育研究会では、「解決のための見通しが適切であったか」について、授業のまとめの段階で確認する必要性が挙げられた。このような反省をもとに、主に前述の創造性⑤の育成を目指し、生徒自身が課題解決の過程や結果の振り返りを新たな学習につなげ、数学的な価値を見いだすことができるような授業について検討していきたい。

《参考・引用文献 等》

- 半田 進編著(1995)『考えさせる授業 算数・数学 実践編』東京書籍
- 岩手県立総合教育センター教育研究(2000), 創造的に考える力を育てる算数・数学科の学習指導に関する研究—自らの課題を追究する活動をとおして—(第2報)
- 松原元一編著(1987)『考えさせる授業 算数・数学』東京書籍
- 松原元一(1990)『数学的な見方考え方 子どもはどのように考えるか』国土社
- 文部科学省『中学校学習指導要領(平成29年告示)解説 数学編』(平成29年7月)
- 文部科学省国立教育政策研究所教育課程研究センター(2023)『令和4年度全国学力・学習状況調査 解説資料 中学校数学』
- 文部科学省国立教育政策研究所教育課程研究センター「『指導と評価の一体化』のための学習評価に関する参考資料 中学校数学」
- 中島健三(1981)『算数・数学教育と数学的な考え方』金子書房
- 杉山吉茂(2012)『確かな算数・数学教育をもとめて』東洋館出版社
- 山梨大学教育学部附属中学校(2016~2019), 研究紀要
- 山梨大学教育人間科学部附属中学校(2005~2015), 研究紀要