

1. 単元名 「関数 $y = ax^2$ 」

2. 単元について

小学校での比例，反比例の学習の上に立ち，第1学年では，数の拡張や関数の概念を基にして，小学校算数科で学習した比例，反比例を関数としてとらえ直す学習をしてきている。第2学年では，一次関数を取り扱い，変化の割合に着目するなど，文字を用いた式によって関数をより深く学習してきた。いずれにおいても，具体的な事象の中から二つの数量を取り出し，表，式，グラフを相互に関連付けながら，それらの変化や対応を調べることを通して関数関係を見だし表現し考察する能力を漸次高めてきている。

第3学年では，これまでと同様に，具体的な事象における二つの数量の変化や対応を調べることを通して，二つの数量 x ， y の間に x の値が m 倍になれば， y の値は m^2 倍となる関係があることを知る。また，表を用いて， x の値に対応する x^2 と y の値を考察することで，それらの比が一定であることから，「 y は x の2乗に比例する関数である」と見ることができる。すなわち，2乗に比例する関数が，一般的に a を定数として， $y = ax^2$ という式で表されることを理解し，事象の中には関数 $y = ax^2$ を用いてとらえられるものがあることを知る。これまでの学習と同様に，表，式，グラフを相互に関連付けながら，変化の割合やグラフの特徴など関数の理解を一層深める。

関数は，具体的な事象や場面との関わりの中で学習することが大切である。指導においては生徒が体験したことのある場面を取り扱うようにしていきたい。また，関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象をとらえ説明する際には，第1学年や第2学年と同様に，数量の関係を理想化したり，単純化したりして考えることによって，関数 $y = ax^2$ とみなし，事象をとらえ説明することも大切である。機材を使用した実験を行うことで，具体的な場面に近いデータを収集したり，データを理想化したりすることが短時間でできる。そのようにして集めたデータから，課題を解決する過程を仲間と話し合いながら考えていく体験をさせたいと考えている。

また，日常生活や社会には既習の関数ではとらえられない関数関係があることを取り扱うことにより，中学校における関数についての学習を一層豊かにするとともに，後の学習の素地となるようにしたい。

3. 単元の目標

具体的な事象の中から二つの数量を取り出し，それらの変化や対応を調べることを通して，関数 $y = ax^2$ について理解するとともに，関数関係を見だし表現し考察する能力を伸ばす。

- ・事象の中には関数 $y = ax^2$ としてとらえられるものがあることを知ること
- ・関数 $y = ax^2$ について，表，式，グラフを相互に関連付けて理解すること
- ・関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象をとらえ説明すること
- ・いろいろな事象の中に，関数関係があることを理解すること

4. 単元の評価基準

数学への 関心・意欲・態度	数学的な見方や考え方	数学的な技能	数量や図形について の知識・理解
様々な事象を関数 $y = ax^2$ などとして捉えたり、表、式、グラフなどで表したりするなど、数学的に考え表現することに関心を持ち、意欲的に数学を問題の解決に活用して考えたり判断したりしようとしている。	関数 $y = ax^2$ などについての基礎的・基本的な知識及び技能を活用しながら、事象に潜む関係や法則を見いだしたり、数学的な推論の方法を用いて論理的に考察し表現したり、その過程をふり返って考えを深めたりするなど、数学的な見方や考え方を身につけている。	関数 $y = ax^2$ の関係などを、表、式、グラフを用いて的確に表現したり、数学的に処理したりするなど、技能を身につけている。	事象の中には関数 $y = ax^2$ などとして捉えられるものがあることや関数 $y = ax^2$ の表、式、グラフの関連などを理解し、知識を身につけている。

5. 指導計画（前 17 時間）と評価基準

(1) 指導計画

節	項	授 業 時 間	
I 関数 $y = ax^2$	i 関数 $y = ax^2$	3 時間	全 17 時間
	ii 関数 $y = ax^2$ のグラフ	4 時間	
	iii 関数 $y = ax^2$ の値の変化	4 時間 (本時 4 時間目)	
	iv 基本の問題	1 時間	
II いろいろな関数の利用	i 関数 $y = ax^2$ の利用	3 時間	
	ii いろいろな関数	1 時間	
章の問題		1 時間	

(2) 評価基準

節	項	時	評 価 基 準			
			関心・意欲・態度	見方や考え方	技能	知識・理解
一	i	1	○関数 $y = ax^2$ に関心を持ち、具体的な事象の中から関数 $y = ax^2$ として捉えられる二つの数量を見いだしたり、その関係を式で表したりしようとしている。	○具体的な事象の中にある二つの数量の関係を、変化や対応の様子に着目して調べ、関数 $y = ax^2$ として捉えられる二つの数量を見いだすことができる。	○関数 $y = ax^2$ の関係を式で表すことができる。 ○関数 $y = ax^2$ の関係を表す式に数を代入し、対応する値を求めることができる。	○関数 $y = ax^2$ の意味を理解している。 ○2乗に比例することの意味を理解している。
		2				

		3				○関数電卓で基本的な計算の仕方を理解する。
	ii	4	○関数 $y = ax^2$ の特徴に関心を持ち、表、式、グラフを用いて考えようとしている。	○関数 $y = ax^2$ の特徴を、表、式、グラフを相互に関連付けるなどして見いだすことができる。	○関数 $y = ax^2$ の関係を表、式、グラフで表すことができる。	○関数 $y = ax^2$ の特徴を理解している。
		5				
		6				○関数 $y = ax^2$ の特徴を理解している。
		7			○関数電卓を利用し、関数 $y = ax^2$ の関係を表、式、グラフで表すことができる。	○関数電卓で表やグラフの作り方を理解する。
		8			○関数 $y = ax^2$ の x の変域に対応する y の変域を求めることができる。	○関数 $y = ax^2$ の値の変化の特徴を理解する
	iii	9			○関数 $y = ax^2$ の変化の割合を求めることができる。	○関数 $y = ax^2$ の変化の割合の特徴を理解する。
		10			○距離センサーを利用して予想したグラフを作成することが出来る。	○関数電卓のプログラムを利用する方法を理解する。
		⑪		○具体的な事象において、関数 $y = ax^2$ の変化の割合の意味を考察することができる。		
	iv	12			○関数 $y = ax^2$ の関係を式で表したり、変域や変化の割合を求めたりすることができる。	

Ⅱ	i	13	○関数 $y = ax^2$ を用いて具体的な事象を捉え説明することに関心を持ち、問題の解決に生かそうとしている。	○具体的な事象から取り出した二つの数量の関係が関数 $y = ax^2$ であるかどうかを判断し、その変化や対応の特徴を捉え、説明することができる。 ○具体的な事象の中から取り出した二つの数量の関係を、理想化したり単純化したりして関数 $y = ax^2$ とみなし、変化や対応の様子を調べたり、予測したりすることができる。		○具体的な事象の中には、関数 $y = ax^2$ とみなすことで変化や対応の様子について調べたり、予測したりできるものがあることを理解している。
		14				
Ⅱ	ii	15		○関数 $y = ax^2$ を用いて調べたり、予測したりした結果が適切であるかどうか振り返って考えることができる。	○関数 $y = ax^2$ の関係を表、式、グラフを用いて表現したり、処理したりすることができる。	
		16	○いろいろな事象と関数に関心を持ち、表やグラフなどで表したり、その特徴を考えたりしようとしている。	○具体的な事象の中から見いだした関数関係を既習の関数関係と比較し、その特徴を考えることができる。	○具体的な事象の中から見いだした関数関係を、表やグラフなどで表すことができる。	○具体的な事象の中から見いだした関数関係には、既習の比例、反比例、一次関数、関数 $y = ax^2$ とは異なるものがあることを理解している。
章の問題				○直角三角形の2辺上を動く点と、点の作る三角形の面積との関係を、関数 $y = ax^2$ を利用して考察することができる。	○1組の x 、 y の値から、関数 $y = ax^2$ の式を求めたり、関数 $y = ax^2$ のグラフをかいたりすることができる。 ○関数 $y = ax^2$ で、 x の変域に対応する y の変域を求めることができる。 ○関数 $y = ax^2$ の変化の割合を求めることができる。	○関数 $y = ax^2$ のグラフの特徴を理解している。

6. 本時の授業

(1) 日時 平成 29 年 10 月 21 日 (土) 9 : 0 0 ~ 9 : 5 0

(2) 場所 山梨大学教育学部附属中学校 3 年 1 組教室 (3 階)

(3) 題材名 「どのくらい速くなるだろう？」

(4) 本時のねらい

時間と距離の関係を表す放物線のグラフから、変化の割合に着目して速さについて考察することができる

(5) 全体研究との関わり

1. 本時において見方・考え方を働かせる場面

数学的な見方を働かせる場面として、ボールが坂道を転がる実験を通し、『ボールの転がる時間』と『ボールの転がった距離』の関係を捉えることが挙げられる。この見方を働かせることによって、現実場面であるボールが転がるという事象を、数学的な問題へと変えることができる。また、考え方を働かせる場面として、見いだした関係を既習事項と照らし合わせ、論理的に考察しながら課題解決にあたる場面が挙げられる。

2. 本時において見方・考え方を働かせるための手立て

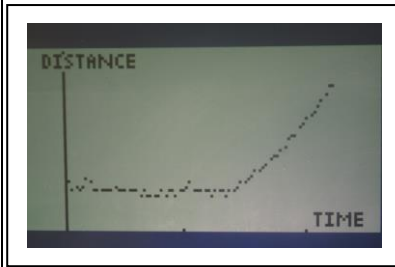
①生徒の知的好奇心を揺さぶり、生徒が自然と考えたいような問題を設定すること

本校は、多くの生徒が自転車で通学しており、登下校時には坂道を下る経験をしている生徒が多数いる。その際、スピードが出すぎてしまう場面もあるようである。そこで、自転車で坂道をブレーキをかけることなく下った場合、どのくらいのスピードが出るのか調べる場面を設定する。いつも体験していることだからこそ、調べてみたいと感じる生徒もいると考えた。また、実体験していない生徒に対しても、身近に感じるようにボールを転がす実験を行う。実際に速くなっていく様子を見ることで、数値がどのように変化していくのか興味をもたすことができると考えた。

②作業を重視すること

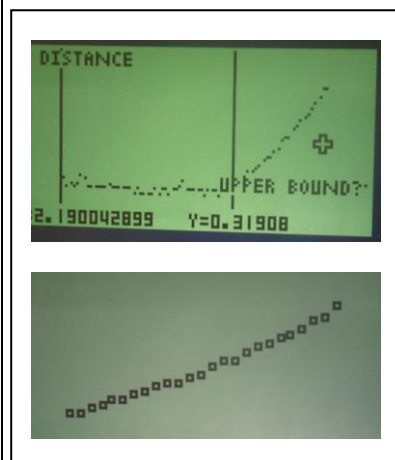
①の内容に重なる部分だが、実験を通し興味をもたせることができると考えた。興味をもつことで自ずと調べたり考えたりできると思われるからである。また、そこから得られたデータを表やグラフにまとめる作業を通し、情報が整理されることによって思考が進められることも期待できる。さらに、自身の考えていることや思いついたことをノートにまとめることによって、周囲の仲間の思考にも影響を与えることができると考えている。グループで作業をしている際、仲間がノートにまとめている姿を見ると何をまとめているのか気になるのぞき込む生徒もいるだろう。それを許可しておくことで一人のノートにまとめるといった行動が、他の生徒の思考の手助けになると思われるからである。

②時間と距離のデータをとる

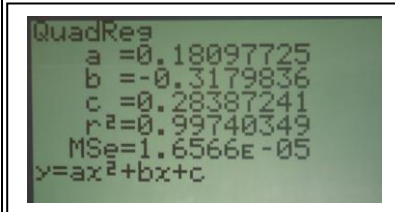


・事前にグラフ電卓、距離センサー、アナライザーの扱い方を練習する時間を確保する。

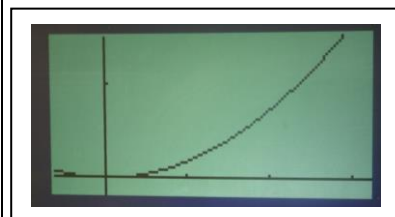
③必要な区間を切り取る



④データを式化する



⑤グラフをかくこともできる



	<p>・収集したデータから課題解決をはかる</p> <div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; margin: 10px 0;"> $y = 0.06x^2$ $y = 825.85 \rightarrow x = 119.23$ $v = 825.85 / 119.23 = 7.15(m/s)$ $= 25.75(km/h)$ </div> <div style="border: 1px solid blue; padding: 5px; margin: 10px 0;"> $y = 0.06x^2$ $x = 119 \rightarrow y = 849.66$ $x = 120 \rightarrow y = 864$ $v = 14.34 / 1 = 14.34(m/s)$ $= 51.62(km/h)$ </div> <p>3. 発表</p>	<ul style="list-style-type: none"> ・時間と距離のデータを表にまとめる。 ・時間と距離の式を利用して、地点（yの値）から時刻（xの値）を求めて、出発してから大学前までの平均の速さを求める。 ・時間と距離の式を利用して、時刻（xの値）と地点（yの値）を表にまとめ、大学前を通り過ぎる1秒間に進んだ距離を速さとする。 ・グループでの結論と、導き出した過程を発表する 	<ul style="list-style-type: none"> ・グループごと意見を模造紙にまとめさせる。 ・求めたい速さを求めるためには微分が必要になり、厳密には求められないが、どの値が一番近いかを考えさせる。
<p>まとめ</p>	<p>4. まとめ</p> <ul style="list-style-type: none"> ・本時を通して、気付いたことや学習感想を記入させる 		

【参考・引用文献】

- 新しい数学3 平成27年検定済教科書・指導書 東京書籍
- 中学校学習指導要領解説数学編 文部科学省 教育出版 2008
- 評価基準の作成，評価方法等の工夫改善のための参考資料（中学校 数学）
国立教育政策研究所 教育課程研究センター 2011
- 教育科学数学教育 明治図書 2004/10 No.563
実験を重視した関数 $y = ax^2$ の指導 清水宏幸